

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Забайкальский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)

Факультет энергетический  
Кафедра Математики и черчения

**УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**  
**для студентов заочной формы обучения**  
*(с полным сроком обучения, ускоренное обучение)*

по дисциплине «Высшая математика»

для направления подготовки (специальности) 15.03.05 Конструкторско-  
технологическое обеспечение машиностроительных производств

Профиль (специализация): «Технология машиностроения»

Общая трудоемкость дисциплины - 468 часов.

Форма текущего контроля в семестре контрольная работа.

Курсовая работа нет.

Форма промежуточного контроля в 1 семестре зачет, во 2 семестре зачет,  
в 3 семестре экзамен.

Чита 2021 г

## Краткое содержание дисциплины первого семестра

Тема 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 2. Элементы векторной алгебры

Тема 3. Введение в математический анализ

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

### Форма текущего контроля

#### Контрольная работа № 1

Рекомендации по определению варианта, задания для выполнения контрольной работы, методические рекомендации по выполнению заданий.

1. Слушатели выполняют контрольную работу в соответствии с учебным планом в сроки, установленные факультетом заочного обучения.

2. Студенты должны выполнить один из 10 вариантов, номер, которого **определяется по последней цифре номера зачетной книжки.**

3. Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клеточку, ручкой любого цвета, кроме зеленого и красного, аккуратно и разборчивым почерком, чертежи выполняются простым карандашом с использованием инструмента.

4. На титульном листе следует указать фамилию, имя, отчество, номер зачетной книжки, номер варианта.

5. Задания в контрольных работах выполняются по порядку, согласно расположению их в варианте.

6. На заключительном листе контрольных работ следует указать список литературы, которым Вы пользовались при их выполнении.

#### Задания

*11-20; 51-60; 111-120; 141-150; 191 - 200*

#### Задание 1

**11-20.** Даны координаты вершин пирамиды  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . Найти: 1) длину ребра  $A_1, A_2$ ; 2) угол между ребрами  $A_1, A_2$  и  $A_1 A_4$ ; 3) угол между ребром  $A_1 A_4$  и гранью  $A_1 A_2 A_3$ ; 4) площадь грани  $A_1 A_2 A_3$ ; 5) объем пирамиды; 6) уравнение

прямой  $A_1A_2$ ; 7) уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ ; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ . Сделать чертеж.

11.  $A_1(1;3;0), A_2(4;-1;2), A_3(3;0;1), A_4(-4;3;5)$ .
12.  $A_1(-2;-1;-1), A_2(0;3;2), A_3(3;1;-4), A_4(-4;7;3)$ .
13.  $A_1(-3;-5;6), A_2(2;1;-4), A_3(0;-3;-1), A_4(-5;2;-8)$ .
14.  $A_1(2;-4;-3), A_2(5;-6;0), A_3(-1;3;-3), A_4(-10;-8;7)$ .
15.  $A_1(1;-1;2), A_2(2;1;2), A_3(1;1;4), A_4(6;-3;8)$ .
16.  $A_1(9;5;5), A_2(-3;7;1), A_3(5;7;8), A_4(6;9;2)$ .
17.  $A_1(0;7;1), A_2(4;1;5), A_3(4;6;3), A_4(3;9;8)$ .
18.  $A_1(5;5;4), A_2(3;8;4), A_3(3;5;10), A_4(5;8;2)$ .
19.  $A_1(6;1;1), A_2(4;6;6), A_3(4;2;0), A_4(1;2;6)$ .
20.  $A_1(7;5;3), A_2(9;4;4), A_3(4;5;7), A_4(7;9;6)$ .

## Задание 2

**51-60.** Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Доказать ее совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

$$51. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 11, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

$$56. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$52. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 7x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

$$57. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$53. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

$$58. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$54. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 6x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

$$59. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7. \end{cases}$$

$$55. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$60. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 13x_3 = -6. \end{cases}$$

### Задание 3

111-120. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$111. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x + 1}{5 + 2x - 2x^3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 3x}{x^2};$$

$$112. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x \cdot \sin x}{2x^2};$$

$$113. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x + 7}{2 - 5x + 3x^3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{4}}{x^2};$$

$$114. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{3 - 4x + 6x^3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x};$$

$$115. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 3x^2 - x^4}{2x + x^3 - 2x^4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin 2x};$$

$$116. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 - 4x - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 2x};$$

$$117. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 + 3x - 1}{8 + 2x - 7x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 5x;$$

$$118. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^5 - 3x^2 + 2}{1 - 2x + 5x^5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3) [\ln(x + 2) - \ln x].$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{x}{1-x}}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{x^2 - x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^{x-3}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3)^{\frac{3x}{x-2}}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x^2 - 3x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x [\ln(x+1) - \ln x].$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{2x}{x-1}}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 - 8x + 15};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 5) [\ln(x + 5) - \ln x].$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}};$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{3x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} (2-x)^{\frac{3x}{1-x}}. \\
 \mathbf{119.} \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 4x^2 + 3}{2x^3 - 1}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{x^2 - 4x + 3}; \\
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 2x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+1}{2x} \right)^{3x}. \\
 \mathbf{120.} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x + 5}{1 - 3x - 4x^4}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{x^2 - 3x - 10}; \\
 \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{4 \arcsin 3x}; & \text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3+2x}{2+2x} \right)^{2x}.
 \end{array}$$

#### Задание 4

**141-150.** Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{141.} \text{ а) } y = \sqrt{x^3 + 2x} - \sqrt[3]{(5x-1)^2}; & \text{б) } y = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}; \\
 \text{в) } y = e^{-10} + \operatorname{arctg} \ln x; & \text{г) } y = x^{\frac{2}{x}}; \\
 \text{д) } x \sin y - y \cos x = 0. & \\
 \mathbf{142.} \text{ а) } y = 3x \cdot \sqrt[3]{2x^2 + 1}; & \text{б) } y = \operatorname{tg}^3 3x + \operatorname{tg} x; \\
 \text{в) } y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}; & \text{г) } y = x^{\operatorname{ctg} x}; \\
 \text{д) } e^{xy} - x^2 + y^2 = 0. & \\
 \mathbf{143.} \text{ а) } y = \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}; & \text{б) } y = e^{1+3x^2}; \\
 \text{в) } y = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; & \text{г) } y = x^{\arcsin x}; \\
 \text{д) } y \sin x + \cos(x-y) = \cos y & \\
 \mathbf{144.} \text{ а) } y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}; & \text{б) } y = \operatorname{tg} \ln \sqrt{x}; \\
 \text{в) } y = 3^{\cos^2 x}; & \text{г) } y = (e^{\operatorname{tg} x} + 1)^2; \\
 \text{д) } x = y^2 + \operatorname{arctg} \frac{y}{x}. & \\
 \mathbf{145.} \text{ а) } y = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}; & \text{б) } y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \ln \operatorname{tg} x; \\
 \text{в) } y = e^{x^{\frac{1}{2}}}; & \text{г) } y = (\sin x)^{\cos x};
 \end{array}$$

$$\text{д) } e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}.$$

$$146. \text{ а) } y = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3 + 2}};$$

$$\text{в) } y = e^{\sin^3 x};$$

$$\text{д) } \cos(xy) = \frac{y}{x}.$$

$$147. \text{ а) } y = x \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}};$$

$$y = 3 \arccos \sqrt{x} - \operatorname{arctg} \frac{1}{x};$$

$$\text{в) } y = e^{\sin(x^2)};$$

$$\text{д) } xy + \ln y - 2 \ln x = 0.$$

$$148. \text{ а) } y = \frac{2}{\sqrt{1 - x^3}};$$

$$\text{в) } y = e^{\frac{1}{x^2}};$$

$$\text{д) } e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}.$$

$$149. \text{ а) } y = \frac{\sqrt{3 + x^2}}{2 - x};$$

$$\text{в) } y = e^{-\cos 4x};$$

$$\text{д) } (x + y)^2 = (x - 2y)^3.$$

$$150. \text{ а) } y = \sqrt[5]{4 - x - x^2};$$

$$\text{в) } y = e^{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{д) } y \ln x - x \ln y = x + y.$$

$$\text{б) } y = \sin \ln^2 x;$$

$$\text{г) } y = 2x^{\sqrt{x}};$$

б)

$$\text{г) } y = (\ln x)^x;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \ln \operatorname{tg} x;$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{\cos x};$$

$$\text{б) } y = \sqrt{1 + \ln^2 x};$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin x};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{arctg}^2 2x + \operatorname{arctg} \frac{x}{2};$$

$$\text{г) } y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}};$$

### Задание 5

**191-210.** Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и построить её график.

$$191. y = \frac{2x}{2 + x^2}.$$

$$192. y = \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^2.$$

$$193. y = \frac{x}{(x-1)^2}.$$

$$194. y = -\frac{x^2 + 4x + 1}{x + 4}.$$

$$195. y = \frac{x^3 - 4}{4x^2}.$$

$$196. y = -\frac{1 + 2x}{(x + 1)}.$$

$$197. y = \frac{(3 - x)^2}{1 - x}.$$

$$198. y = \left(\frac{x + 2}{x - 1}\right)^2.$$

$$199. y = \frac{2x^2 + 4x - 4}{x - 3}.$$

$$200. y = \frac{2 - 2x - x^2}{x + 3}.$$

### зачет

Перечень примерных вопросов для подготовки к зачету.

1. Определители. Свойства. Методы вычисления.
2. Матрицы. Действия над ними. Ранг. Обратная матрица.
3. Системы линейных уравнений.
4. Векторы. Действия над ними. Базис. Координаты.
5. Скалярное произведение двух векторов.
6. Векторное произведение двух векторов.
7. Смешанное произведение трех векторов.
8. Уравнения плоскости (общее, нормальное, в отрезках). Взаимное расположение двух плоскостей.
9. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых.
10. Прямая на плоскости. Взаимное расположение двух прямых.
11. Канонические уравнения кривых второго порядка.
12. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.
13. Функция. Основные понятия.
14. Полярная система координат.
15. Основные элементарные функции.
16. Предел функции. Свойства пределов
17. Раскрытие неопределенностей  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right), \left(\frac{0}{0}\right), (1^\infty)$  (без правила Лопиталя).

18. Первый и второй замечательные пределы.
19. Непрерывность функции. Точки разрыва.
20. Производная. Определение. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования. Таблица основных производных.
21. Геометрический и физический смысл производной
22. Теоремы о производной сложной и обратной функций.
23. Производные от функций, заданных неявно и параметрически.
24. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
25. Производные и дифференциалы высших порядков.
26. Дифференциальные теоремы о среднем значении функции.
27. Правило Лопиталя.
28. Монотонность функции. Точки экстремума.
29. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
30. Общая схема исследования функции.



## Краткое содержание дисциплины 2 семестра

Тема 1. Интегральное исчисление.

Тема 2. Функция нескольких переменных.

### Форма текущего контроля

#### Контрольная работа № 2.

231 - 240; 261 - 270; 281 - 290; 301 - 310 ; 311 - 320.

#### Задание 1

#### Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

231. Дана функция  $z = e^{xy}$ . Показать, что  $x^2 \frac{d^2 z}{dx^2} - y^2 \frac{d^2 z}{dy^2} = 0$ .

232. Дана функция  $z = e^{-\cos(x+y)}$ . Показать, что  $\frac{d^2 z}{dy^2} = \frac{d^2 z}{dx^2}$ .

233. Дана функция  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$ . Показать, что  $\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2} = 0$ .

234. Дана функция  $z = \sin^2(y - 2x)$ . Показать, что  $4 \frac{d^2 z}{dy^2} = \frac{d^2 z}{dx^2}$ .

235. Дана функция  $z = \frac{y}{x}$ . Показать, что  $x^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + 2xy \frac{d^2 z}{dxdy} + y^2 \frac{d^2 z}{dy^2} = 0$ .

236. Дана функция  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ . Показать, что  $\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2} = 0$ .

237. Дана функция  $z = \sin(x + 3y)$ . Показать, что  $\frac{d^2 z}{dy^2} = 9 \frac{d^2 z}{dx^2}$ .

238. Дана функция  $z = y \sqrt{\frac{x}{y}}$ . Показать, что  $x^2 \frac{d^2 z}{dx^2} - y^2 \frac{d^2 z}{dy^2} = 0$ .

239. Дана функция  $z = \ln(x + e^{-y})$ . Показать, что  $\frac{dz}{dx} \cdot \frac{d^2 z}{dxdy} - \frac{dz}{dy} \cdot \frac{d^2 z}{dx^2} = 0$ .

240. Дана функция  $z = \frac{x}{y}$ . Показать, что  $x \frac{d^2 z}{dxdy} - \frac{dz}{dy} = 0$ .

## Задание 2

Даны: функция  $z = z(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\bar{a}$ . Найти: 1)  $\text{grad } z$  в точке  $A$ ; 2) производную в точке  $A$  в направлении вектора  $\bar{a}$ .

261.  $z = 3x^2 + xy + y^2$ ,  $A(-2;1)$ ,  $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$ .

261.  $z = 3x^2 + xy + y^2$ ,  $A(-2;1)$ ,  $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$ .

262.  $z = \text{arctg}xy$ ,  $A(-1;1)$ ,  $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j}$ .

263.  $z = 3x^2 + xy - 3y^2$ ,  $A(1;1)$ ,  $\bar{a} = -5\bar{i} + 12\bar{j}$ .

264.  $z = 5x^2 + xy + 3y^2$ ,  $A(2;1)$ ,  $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j}$ .

265.  $z = \ln(2x - y)$ ,  $A(2;2)$ ,  $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{j}$ .

266.  $z = 3x^2y + xy^2$ ,  $A(-1;1)$ ,  $\bar{a} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$ .

267.  $z = \arcsin \frac{x}{y}$ ,  $A(1;1)$ ,  $\bar{a} = 6\bar{i} + 8\bar{j}$ .

268.  $z = \frac{x+y}{x-y}$ ,  $A(1;-2)$ ,  $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}$ .

269.  $z = 3x^2 - 3xy + 2y^2$ ,  $A(-1;1)$ ,  $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j}$ .

270.  $z = \ln(2x^2 + 3y^2)$ ,  $A(1;-1)$ ,  $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$ .

## Задание 3

### Неопределенный интеграл и определенный интегралы

Найти неопределенные интегралы. В пунктах а) и б) результаты проверить дифференцированием.

281. а)  $\int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$ ;      б)  $\int x \ln(x^2) \, dx$ ;

в)  $\int \frac{3x^3 - 2}{x^3 - x} \, dx$ ;      г)  $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt{x}} \, dx$ .

282. а)  $\int \frac{\sin 2x \, dx}{\sqrt{1 + \cos 2x}}$ ;      б)  $\int x \sin 3x \, dx$ ;

в)  $\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x} \, dx$ ;      г)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$ .

283. а)  $\int \frac{e^x \, dx}{4 + e^{2x}}$ ;      б)  $\int x \arcsin x \, dx$ ;

в)  $\int \frac{x^2 - 3}{x^4 + 5x^2 + 6} \, dx$ ;      г)  $\int \frac{dx}{4 - 5 \sin x}$ .

284. а)  $\int \frac{\cos 5x dx}{3 + 2 \sin 5x}$ ; б)  $\int (x + 2) \cdot e^{5x} dx$ ;  
 в)  $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x^2 - 1) \cdot (x - 5)} dx$ ; г)  $\int \frac{(\sqrt[4]{x} + 1)}{(4 + \sqrt{x}) \cdot \sqrt[4]{x^3}} dx$ .

285. а)  $\int \frac{(5 + 3 \ln x)^4 dx}{x}$ ; б)  $\int x \arcsin \frac{1}{x} dx$ ;  
 в)  $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x^2 - 1) \cdot (x - 5)} dx$ ; г)  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{5x - 1}} dx$ .

286. а)  $\int \frac{e^{3x} dx}{16 + e^{6x}}$ ; б)  $\int x \cdot \arctg 3x dx$ ;  
 в)  $\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x - 4) \cdot (x - 3)x} dx$ ; г)  $\int \frac{dx}{5 - 4 \cos x}$ .

287. а)  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{2 + 3 \cos x}}$ ; б)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ ;  
 в)  $\int \frac{2x^4 - 5x^2 - 8x - 8}{x \cdot (x^2 - 4)} dx$ ; г)  $\int \frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$ .

288. а)  $\int x^2 e^{2x^3} dx$ ; б)  $\int x^3 \arctg x dx$ ;  
 в)  $\int \frac{3x - 7}{x^3 + 4x^2 + 4x + 16} dx$ ; г)  $\int \sin^5 x dx$ .

289. а)  $\int \frac{xdx}{x^4 + 1}$ ; б)  $\int x^3 \cdot \ln(1 + x^2) dx$ ;  
 в)  $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$ ; г)  $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$ .

290. а)  $\int \frac{x^3 dx}{1 + x^8}$ ; б)  $\int x \cdot 3^x dx$ ;  
 в)  $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1} dx$ ; г)  $\int \frac{dx}{\sin x + \tg x}$ .

#### Задание 4

Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

301.  $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ .

302.  $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$ .

303.  $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ .

304.  $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^3}}$ .

$$305. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$306. \int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.$$

$$307. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$308. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

$$309. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$$

$$310. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

### Задание 5

311. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y^2 = x + 1$  и  $y^2 = 9 - x$ .

312. Вычислить площадь фигуры, ограниченной гиперболой  $xy = 4$  и прямой  $x + y - 5 = 0$ .

313. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой  $x = 3\cos^3 t$ ,  $y = 3\sin^3 t$ .

314. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой  $r = 3(1 - \cos \varphi)$  и окружностью  $r = 3\cos \varphi$ .

315. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной прямой  $x - y + 1 = 0$ , другой косинусоиды  $y = \cos x$  и осью  $Ox$ .

316. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной локном Аньези  $y = \frac{8}{x^2 + 4}$  и параболой  $x^2 = 4y$ .

317. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  одной арки циклоиды  $x = 2(t - \sin t)$ ,  $y = 2(1 - \cos t)$  и осью  $Ox$ .

318. Вычислить длину дуги, параболы  $y = \frac{x^2}{2}$  от начала координат до точки с абсциссой  $x = 6$ .

319. Вычислить длину одной арки циклоиды  $x = 3(t - \sin t)$ ,  $y = 3(1 - \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

320. Вычислить длину первого витка архимедовой спирали  $r = 5\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

### Форма промежуточного контроля

#### Зачет

Перечень примерных вопросов для подготовки к зачету.

1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел. Непрерывность.
2. Частные производные функции нескольких переменных. Частные производные высших порядков.
3. Производные сложной и неявно заданной функции нескольких переменных.
4. Частное и полное приращения функции нескольких переменных. Полный дифференциал.
5. Производная функции нескольких переменных по направлению. Градиент.
6. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
7. Экстремум функции нескольких переменных.
8. Неопределенный интеграл. Свойства. Таблица.
9. Основные методы интегрирования.
10. Интегрирование рациональных дробей.
11. Интегрирование иррациональных функций.
12. Интегрирование тригонометрических функций.
13. Определенный интеграл.
14. Несобственные интегралы.

**3 семестр**  
**Краткое содержание курса**

Тема 1. Теория вероятностей.

Тема 2 Математическая статистика

**Форма текущего контроля**

**Контрольная работа №3**

**Задание**

531-540; 541 - 550; 551 - 560; 561-570.

**Задание 1**

**Теория вероятностей**

**531.** Три стрелка выстрелили по зверю, который после этого оказался убитым одной пулей. Определить вероятность того, что зверь был убит каждым охотником, если вероятности попадания для них соответственно равны  $0,2; 0,4; 0,6$ .

**532.** Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна  $0,7$ ; для второго и третьего стрелков вероятности соответственно равны  $0,8$  и  $0,9$ . Найти вероятность того, что: а) только из стрелков поразит цель; б) только два стрелка поразят цель; в) все три стрелка поразят цель; г) хотя бы один из стрелков поразит цель.

**533.** Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна  $0,96$ . Найти вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

**534.** Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

**535.** Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время  $t$ ) первого, второго и третьего соответственно равны  $0,6; 0,7; 0,8$ . Найти вероятность того, что за время  $t$  безотказно будут работать б а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

**536.** В каждой из двух урн содержатся 4 черных и 6 белых шаров. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую урну, после чего из первой урны наудачу извлечен шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется белым.

**537.** В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

**538.** Две команды из 10 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номера участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что оба брата будут участвовать в соревнованиях по номером 5.

**539.** В семье 5 детей. Найти вероятность того, что среди них не более двух мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51.

**540.** Из трех орудий произвели залп по цепи. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,8; для второго и третьего орудия эти вероятности соответственно равна 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что: а) только один снаряд попадет в цель; в) хотя бы один снаряд попадет в цель.

### Задание 2

В партии из  $N$  изделий имеется  $n$  нестандартных. Наудачу отобраны два изделия. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины  $X$  - числа нестандартных изделий среди двух отобранных.

**541.**  $N = 10, n = 3.$

**546.**  $N = 25, n = 5.$

**542.**  $N = 15, n = 4.$

**547.**  $N = 18, n = 6.$

**543.**  $N = 12, n = 3.$

**548.**  $N = 22, n = 5.$

**544.**  $N = 20, n = 4.$

**549.**  $N = 21, n = 7.$

**545.**  $N = 14, n = 3.$

**550.**  $N = 16, n = 3.$

### Задание 3

Дан дифференциальный закон распределения непрерывной случайной величины  $X$ . Найти неизвестный параметр  $a$ , интегральный закон распределения, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Построить графики дифференциальной и интегральной функций распределения.

$$551. f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{при } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{при } |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$556. f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 0, & \text{при } x > \frac{\pi}{4} \text{ или } x < 0. \end{cases}$$

$$552. f(x) = \begin{cases} ax^2, & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{при } x > 2 \text{ или } x < 0. \end{cases}$$

$$557. f(x) = \begin{cases} a \sin 3x, & \text{при } \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}, \\ 0, & \text{при } x < \frac{\pi}{6} \text{ или } x > \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

$$553. f(x) = \begin{cases} a \sin x, & \text{при } 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & \text{при } x < 0 \text{ или } x > \pi. \end{cases}$$

$$558. f(x) = \begin{cases} a \sin 2x, & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 0, & \text{при } x < 0 \text{ или } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$554. f(x) = \begin{cases} a(x^2 + 2x), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{при } x > 1 \text{ или } x < 0. \end{cases}$$

$$559. f(x) = \frac{2a}{1+x^2} \text{ при } -\infty < x < +\infty.$$

$$555. f(x) = \begin{cases} a(x+0,5) & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{при } x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

$$560. f(x) = \begin{cases} a(x-0,5) & \text{при } 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{при } x < 1 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

#### Задание 4

##### Математическая статистика

В результате эксперимента получены, данные, записанные в виде статистического ряда. В задачах **561-570** требуется:

- записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;
- найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;
- построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;
- найти числовые характеристики выборки  $\bar{X}_e, D_e$ ;
- приняв в качестве нулевой гипотезу  $H_0$ : генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости 0,025;
- найти доверительный интервал для математического ожидания при надёжности  $\gamma = 0,9$ .

##### 561.

17,1	21,4	15,9	19,1	22,4	20,7	17,9	18,6	21,8	16,1
19,1	20,5	14,2	16,9	17,8	18,1	19,1	15,8	18,8	17,2
16,2	17,3	22,5	19,9	21,1	15,1	17,7	19,8	14,9	20,5
17,5	19,2	18,5	15,7	14,0	18,6	21,2	16,8	19,3	17,8
18,8	14,3	17,1	19,5	16,3	20,3	17,9	23,0	17,2	15,2
15,6	17,4	21,3	22,1	20,1	14,5	19,3	18,4	16,7	18,2
18,4	18,7	14,3	18,2	19,1	15,3	21,5	17,2	22,6	20,4
22,8	17,5	20,2	15,5	21,6	18,1	20,5	14,0	18,9	16,5
20,8	16,5	18,3	21,7	17,4	23,0	21,1	19,8	15,4	18,1
18,9	14,7	19,5	20,9	15,8	20,2	21,8	18,2	21,2	20,1

##### 562.

16,8	17,9	21,4	14,1	19,1	18,1	15,1	18,2	20,3	16,7
19,5	18,5	22,5	18,4	16,2	18,1	19,1	21,4	14,5	16,1
21,5	14,9	18,6	20,4	15,2	18,5	17,1	22,4	20,8	19,8
17,2	19,7	16,3	18,7	14,4	18,8	19,5	21,6	15,3	17,3
22,8	17,4	22,7	16,5	21,7	15,4	21,3	14,3	20,5	16,4



20,6	15,5	19,4	17,5	20,9	23,0	18,9	15,9	18,2	20,7
17,9	21,8	14,2	21,2	16,1	18,4	17,5	19,3	22,7	19,6
22,1	17,6	16,7	20,4	15,7	18,1	16,6	18,3	15,5	17,7
19,2	14,8	19,7	17,7	16,5	17,8	18,5	14,0	21,9	16,9
15,8	20,8	17,1	20,1	22,6	18,9	15,6	21,1	20,2	15,1

**563.**

189	207	213	208	186	219	198	210	231	227
202	211	220	236	227	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185
234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	217	193	216	205	197	203	229	204
225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199

**564.**

9,4	7,9	6,3	6,8	4,2	11,9	7,8	1,7	5,1	8,8
8,7	11,1	7,7	1,8	5,5	10,5	4,3	3,8	1,4	11,2
1,1	7,3	3,7	4,4	11,8	8,6	1,9	5,6	10,1	8,4
10,0	11,6	5,2	2,1	5,7	4,8	7,4	0,8	4,7	3,6
8,3	7,6	0,7	7,3	3,4	11,4	5,7	9,9	2,2	7,2
2,3	4,7	9,7	11,3	5,8	4,9	3,3	0,5	7,5	4,6
5,0	0,4	8,9	7,1	9,6	11,5	5,9	9,0	5,3	2,4
9,5	5,9	1,0	9,1	2,5	6,0	8,2	3,2	10,9	6,1
10,2	2,6	4,5	3,1	6,2	11,7	6,3	0,2	7,0	9,2
1,2	6,4	11,9	6,9	8,1	6,5	2,9	6,2	4,4	10,3

**565.**

1,6	4,4	10,9	6,4	4,0	2,8	5,2	1,2	7,6	3,4
2,9	5,3	1,7	7,7	6,9	10,1	5,4	4,1	8,8	6,5
6,6	4,2	5,5	0,5	8,9	4,5	1,8	5,6	7,8	3,0
1,9	10,2	7,9	2,5	5,7	3,1	6,7	4,3	0,6	9,0
6,8	3,2	4,4	9,1	10,3	6,0	7,9	6,9	8,0	2,0
7,0	10,7	8,1	2,1	5,8	6,4	0,3	4,5	9,2	3,3
7,6	9,3	3,4	4,6	5,0	3,8	5,9	8,2	2,2	7,1
2,3	0,8	7,2	8,3	11,1	6,5	3,5	9,4	10,8	4,7
4,8	6,1	3,6	9,5	8,4	2,4	6,3	7,3	5,7	0,9
7,4	8,5	5,8	1,1	5,9	4,9	3,7	9,6	2,6	6,1

**566.**

20	26	32	34	26	28	32	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30	24	32	17	22	28	35	26
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28

**567.**

57	46	33	49	29	50	38	41	27	34
37	49	51	26	55	42	59	43	46	30
31	43	58	41	35	47	23	45	49	37
47	34	54	39	60	49	25	50	31	53
38	41	30	51	37	55	47	43	35	42
35	46	27	45	41	34	50	29	51	39
42	59	43	31	38	58	54	37	26	43
29	42	33	41	24	39	53	45	33	51
45	25	54	50	37	30	41	60	42	46
38	53	34	47	35	49	57	39	55	31

**568.**

37	49	43	31	44	33	40	31	28	43
32	44	47	29	51	28	43	38	41	32
38	24	49	40	32	34	31	28	37	46
41	35	43	25	37	46	38	24	41	50
38	29	41	32	34	49	44	37	31	47
50	34	25	37	40	32	35	28	44	43
46	37	41	35	29	43	38	31	26	34
49	32	46	26	38	35	40	51	37	46
37	25	40	34	24	44	32	28	34	38
44	34	29	47	37	49	43	35	47	50

**569.**

70	95	75	95	60	77	55	63	80	67
90	78	57	76	84	82	75	68	73	62
62	81	77	72	97	68	85	56	92	71
73	79	98	63	83	85	70	90	66	91
86	68	55	93	71	96	77	81	86	72
82	62	70	78	67	87	91	99	78	97

91	58	81	97	75	83	71	66	61	76
73	85	65	90	86	61	54	75	78	93
87	58	72	92	66	98	65	81	76	63
95	83	65	57	80	87	61	92	56	71

### 570.

57,3	75,1	78,1	69,3	60,1	77,3	66,1	69,5	72,1	68,7
81,1	69,4	63,1	67,4	77,1	82,6	64,8	72,5	62,5	80,7
77,6	65,8	78,3	57,7	80,7	64,4	72,8	67,3	83,1	70,6
75,3	58,0	60,7	81,3	67,1	69,8	82,4	62,3	66,9	80,6
62,7	73,8	68,9	83,8	57,0	72,6	65,6	78,7	59,5	70,0
73,5	58,1	64,0	83,9	84,0	63,5	74,1	77,7	68,5	80,5
66,3	73,0	79,1	71,1	80,4	62,1	66,7	83,7	76,8	59,3
71,3	63,7	71,2	78,9	65,2	77,9	74,9	69,1	70,8	74,8
71,6	72,9	61,9	71,5	75,4	71,1	59,9	74,3	76,1	70,9
61,3	71,4	71,8	65,0	67,8	75,5	71,9	64,9	74,7	62,9

## Форма промежуточного контроля

### Экзамен

Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену

1. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятностей. Аксиомы теории вероятностей.
2. Элементы комбинаторики.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность наступления хотя бы одного события.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
6. Повторение испытаний. Формулы Лапласа и Пуассона.
7. Дискретная случайная величина. Интегральная функция распределения.
8. Числовые характеристики случайной величины.
9. Непрерывная случайная величина. Интегральная и дифференциальная функции распределения.
10. Равномерное распределение.

11. Нормальное распределение.
12. Показательное распределение.
13. Закон больших чисел.
14. Элементы математической статистики.

## **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **Основная литература**

1. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. I: – М.: Интеграл – Пресс, 2004. – 416 с.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
4. Баврин И.И. Высшая математика: Учеб. для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия»; Высш. шк., 2001. – 616 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. I: Учеб. пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.

### **Дополнительная литература**

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
2. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие / В.Е.Гмурман . - М. : Высш. шк., 2002. - 406с.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В.Е. Гмурман. - М. : Высш. шк., 2002. - 480с.

Ведущий преподаватель      Лобанова Л.В.

Заведующий кафедрой      Швецова И.И.