МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Забайкальский государственный университет»

(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)

Факультет энергетический

Кафедра Математики и черчения

**УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**для студентов заочной формы обучения**

(*с полным сроком обучения*, *ускоренное обучение)*

по дисциплине «Высшая математика»

для направления подготовки (специальности) - 21.05.04 Горное дело

Профиль (специализация): Открытые горные работы

Общая трудоемкость дисциплины -­ 504 часа

Форма текущего контроля в семестре ­- контрольная работа.

Курсовая работа ­ - нет.

Форма промежуточного контроля - в 1 семестр экзамен, во 2 семестр зачет, 3 семестр зачет, 4 семестре экзамен.

Чита 2023

**Форма текущего контроля**

**Контрольная работа № 4**

Рекомендации по определению варианта, задания для выполнения контрольной работы, методические рекомендации по выполнению заданий.

Рекомендации по определению варианта, задания для выполнения контрольной работы, методические рекомендации по выполнению заданий.

1. Слушатели выполняют контрольную работу в соответствии с учебным планом в сроки, установленные факультетом заочного обучения.

2. Студенты должны выполнить один из 10 вариантов, номер, которого **определяется по последней цифре номера зачетной книжки.**

3. Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клеточку, ручкой любого цвета, кроме зеленого и красного, аккуратно и разборчивым почерком, чертежи выполняются простым карандашом с использованием инструмента.

4. На титульном листе следует указать фамилию, имя, отчество, номер зачетной книжки, номер варианта.

5. Задания в контрольных работах выполняются по порядку, согласно расположению их в варианте.

6. На заключительном листе контрольных работ следует указать список литературы, которым Вы пользовались при их выполнении.

**4 семестр**

**Краткое содержание курса**

Перечень изучаемых разделов, тем дисциплин (модуля)

Тема 1.Теория вероятностей

Тема 2.Математическая статистика

**Контрольная работа №4.**

**Задания: 531 – 570.**

**1. Теория вероятностей**

**531.** Три стрелка выстрелили по зверю, который после этого оказался убитым одной пулей. Определить вероятность того, что зверь был убит каждым охотником, если вероятности попадания для них соответственно равны 0,2;0,4;0,6.

**532**. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего стрелков вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что: а) только из стрелков поразит цель; б) только два стрелка поразят цель; в) все три стрелка поразят цель; г) хотя бы один из стрелков поразит цель.

**533.** Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,96. Найти вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

**534.** Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

**535**. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время ) первого, второго и третьего соответственно равны 0,6;0,7;0,8. Найти вероятность того, что за время  безотказно будут работать 6 а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

**536**. В каждой из двух урн содержатся 4 черных и 6 белых шаров. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую урну, после чего из первой урны наудачу извлечен шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется белым.

**537**. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

**538.** Две команды из 10 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номера участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что оба брата будут участвовать в соревнованиях по номером 5.

**539**. В семье 5 детей. Найти вероятность того, что среди них не более двух мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51.

**540.** Из трех орудий произвели залп по цепи. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,8; для второго и третьего орудия эти вероятности соответственно равна 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что: а) только один снаряд попадет в цель; в) хотя бы один снаряд попадет в цель.

**551-560**. В партии из  изделий имеется  нестандартных. Наудачу отобраны два изделия. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины  - числа нестандартных изделий среди двух отобранных.

**541**.  **546**. 

**542**.  **547**. 

**543**.  **548**. 

**544.**  **549**. 

**545**.  **550**. 

**551-560**. Дан дифференциальный закон распределения непрерывной случайной величины  Найти неизвестный параметр, интегральный закон распределения, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Построить графики дифференциальной и интегральной функций распределения.

**551.  556. **

**552.  557. **

**553.  558. **

**554.  559. **

**555.  560. **

**13. Математическая статистика**

В результате эксперимента получены, данные, записанные в виде статистического ряда. В задачах **561-570** требуется**:**

**а)** записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

**б)** найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

**в)** построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

**г)** найти числовые характеристики выборки ****

**д)** приняв в качестве нулевой гипотезу : генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости 

**е)** найти доверительный интервал для математического ожидания при надёжности 

**561.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 17,1 | 21,4 | 15,9 | 19,1 | 22,4 | 20,7 | 17,9 | 18,6 | 21,8 | 16,1 |
| 19,1 | 20,5 | 14,2 | 16,9 | 17,8 | 18,1 | 19,1 | 15,8 | 18,8 | 17,2 |
| 16,2 | 17,3 | 22,5 | 19,9 | 21,1 | 15,1 | 17,7 | 19,8 | 14,9 | 20,5 |
| 17,5 | 19,2 | 18,5 | 15,7 | 14,0 | 18,6 | 21,2 | 16,8 | 19,3 | 17,8 |
| 18,8 | 14,3 | 17,1 | 19,5 | 16,3 | 20,3 | 17,9 | 23,0 | 17,2 | 15,2 |
| 15,6 | 17,4 | 21,3 | 22,1 | 20,1 | 14,5 | 19,3 | 18,4 | 16,7 | 18,2 |
| 18,4 | 18,7 | 14,3 | 18,2 | 19,1 | 15,3 | 21,5 | 17,2 | 22,6 | 20,4 |
| 22,8 | 17,5 | 20,2 | 15,5 | 21,6 | 18,1 | 20,5 | 14,0 | 18,9 | 16,5 |
| 20,8 | 16,5 | 18,3 | 21,7 | 17,4 | 23,0 | 21,1 | 19,8 | 15,4 | 18,1 |
| 18,9 | 14,7 | 19,5 | 20,9 | 15,8 | 20,2 | 21,8 | 18,2 | 21,2 | 20,1 |

**562.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 16,8 | 17,9 | 21,4 | 14,1 | 19,1 | 18,1 | 15,1 | 18,2 | 20,3 | 16,7 |
| 19,5 | 18,5 | 22,5 | 18,4 | 16,2 | 18,1 | 19,1 | 21,4 | 14,5 | 16,1 |
| 21,5 | 14,9 | 18,6 | 20,4 | 15,2 | 18,5 | 17,1 | 22,4 | 20,8 | 19,8 |
| 17,2 | 19,7 | 16,3 | 18,7 | 14,4 | 18,8 | 19,5 | 21,6 | 15,3 | 17,3 |
| 22,8 | 17,4 | 22,7 | 16,5 | 21,7 | 15,4 | 21,3 | 14,3 | 20,5 | 16,4 |
| 20,6 | 15,5 | 19,4 | 17,5 | 20,9 | 23,0 | 18,9 | 15,9 | 18,2 | 20,7 |
| 17,9 | 21,8 | 14,2 | 21,2 | 16,1 | 18,4 | 17,5 | 19,3 | 22,7 | 19,6 |
| 22,1 | 17,6 | 16,7 | 20,4 | 15,7 | 18,1 | 16,6 | 18,3 | 15,5 | 17,7 |
| 19,2 | 14,8 | 19,7 | 17,7 | 16,5 | 17,8 | 18,5 | 14.0 | 21,9 | 16,9 |
| 15,8 | 20,8 | 17,1 | 20,1 | 22,6 | 18,9 | 15,6 | 21,1 | 20,2 | 15,1 |

**563.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 189 | 207 | 213 | 208 | 186 | 219 | 198 | 210 | 231 | 227 |
| 202 | 211 | 220 | 236 | 227 | 220 | 210 | 183 | 213 | 190 |
| 197 | 227 | 187 | 226 | 213 | 191 | 209 | 196 | 202 | 235 |
| 211 | 214 | 220 | 195 | 182 | 228 | 202 | 207 | 192 | 226 |
| 193 | 203 | 232 | 202 | 215 | 195 | 220 | 233 | 214 | 185 |
| 234 | 215 | 196 | 220 | 203 | 236 | 225 | 221 | 193 | 215 |
| 204 | 184 | 217 | 193 | 216 | 205 | 197 | 203 | 229 | 204 |
| 225 | 216 | 233 | 223 | 208 | 204 | 207 | 182 | 216 | 191 |
| 210 | 190 | 207 | 205 | 232 | 222 | 198 | 217 | 211 | 201 |
| 185 | 217 | 225 | 201 | 208 | 211 | 189 | 205 | 207 | 199 |

**564.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9,4 | 7,9 | 6,3 | 6,8 | 4,2 | 11,9 | 7,8 | 1,7 | 5,1 | 8,8 |
| 8,7 | 11,1 | 7,7 | 1,8 | 5,5 | 10,5 | 4,3 | 3,8 | 1,4 | 11,2 |
| 1,1 | 7,3 | 3,7 | 4,4 | 11,8 | 8,6 | 1,9 | 5,6 | 10,1 | 8,4 |
| 10,0 | 11,6 | 5,2 | 2,1 | 5,7 | 4,8 | 7,4 | 0,8 | 4,7 | 3,6 |
| 8,3 | 7,6 | 0,7 | 7,3 | 3,4 | 11,4 | 5,7 | 9,9 | 2,2 | 7,2 |
| 2,3 | 4,7 | 9,7 | 11,3 | 5,8 | 4,9 | 3,3 | 0,5 | 7,5 | 4,6 |
| 5,0 | 0,4 | 8,9 | 7,1 | 9,6 | 11,5 | 5,9 | 9,0 | 5,3 | 2,4 |
| 9,5 | 5,9 | 1,0 | 9,1 | 2,5 | 6,0 | 8,2 | 3,2 | 10,9 | 6,1 |
| 10,2 | 2,6 | 4,5 | 3,1 | 6,2 | 11,7 | 6,3 | 0,2 | 7,0 | 9,2 |
| 1,2 | 6,4 | 11,9 | 6,9 | 8,1 | 6,5 | 2,9 | 6,2 | 4,4 | 10,3 |

**565.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,6 | 4,4 | 10,9 | 6,4 | 4,0 | 2,8 | 5,2 | 1,2 | 7,6 | 3,4 |
| 2,9 | 5,3 | 1,7 | 7,7 | 6,9 | 10,1 | 5,4 | 4,1 | 8,8 | 6,5 |
| 6,6 | 4,2 | 5,5 | 0,5 | 8,9 | 4,5 | 1,8 | 5,6 | 7,8 | 3,0 |
| 1,9 | 10,2 | 7,9 | 2,5 | 5,7 | 3,1 | 6,7 | 4,3 | 0,6 | 9,0 |
| 6,8 | 3,2 | 4,4 | 9,1 | 10,3 | 6,0 | 7,9 | 6,9 | 8,0 | 2,0 |
| 7,0 | 10,7 | 8,1 | 2,1 | 5,8 | 6,4 | 0,3 | 4,5 | 9,2 | 3,3 |
| 7,6 | 9,3 | 3,4 | 4,6 | 5,0 | 3,8 | 5,9 | 8,2 | 2,2 | 7,1 |
| 2,3 | 0,8 | 7,2 | 8,3 | 11,1 | 6,5 | 3,5 | 9,4 | 10,8 | 4,7 |
| 4,8 | 6,1 | 3,6 | 9,5 | 8,4 | 2,4 | 6,3 | 7,3 | 5,7 | 0,9 |
| 7,4 | 8,5 | 5,8 | 1,1 | 5,9 | 4,9 | 3,7 | 9,6 | 2,6 | 6,1 |

**566.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 20 | 26 | 32 | 34 | 26 | 28 | 32 | 30 | 17 | 24 |
| 30 | 28 | 18 | 22 | 24 | 26 | 34 | 28 | 22 | 20 |
| 34 | 24 | 28 | 20 | 32 | 17 | 22 | 24 | 26 | 30 |
| 30 | 22 | 26 | 35 | 28 | 24 | 30 | 32 | 28 | 18 |
| 20 | 30 | 17 | 24 | 32 | 28 | 22 | 26 | 24 | 30 |
| 34 | 26 | 24 | 28 | 22 | 30 | 35 | 32 | 20 | 17 |
| 28 | 22 | 36 | 30 | 20 | 26 | 28 | 23 | 24 | 32 |
| 20 | 26 | 30 | 24 | 32 | 17 | 22 | 28 | 35 | 26 |
| 28 | 35 | 32 | 22 | 26 | 24 | 26 | 24 | 30 | 24 |
| 18 | 24 | 26 | 28 | 35 | 30 | 26 | 22 | 26 | 28 |

**567.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 57 | 46 | 33 | 49 | 29 | 50 | 38 | 41 | 27 | 34 |
| 37 | 49 | 51 | 26 | 55 | 42 | 59 | 43 | 46 | 30 |
| 31 | 43 | 58 | 41 | 35 | 47 | 23 | 45 | 49 | 37 |
| 47 | 34 | 54 | 39 | 60 | 49 | 25 | 50 | 31 | 53 |
| 38 | 41 | 30 | 51 | 37 | 55 | 47 | 43 | 35 | 42 |
| 35 | 46 | 27 | 45 | 41 | 34 | 50 | 29 | 51 | 39 |
| 42 | 59 | 43 | 31 | 38 | 58 | 54 | 37 | 26 | 43 |
| 29 | 42 | 33 | 41 | 24 | 39 | 53 | 45 | 33 | 51 |
| 45 | 25 | 54 | 50 | 37 | 30 | 41 | 60 | 42 | 46 |
| 38 | 53 | 34 | 47 | 35 | 49 | 57 | 39 | 55 | 31 |

**568.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 37 | 49 | 43 | 31 | 44 | 33 | 40 | 31 | 28 | 43 |
| 32 | 44 | 47 | 29 | 51 | 28 | 43 | 38 | 41 | 32 |
| 38 | 24 | 49 | 40 | 32 | 34 | 31 | 28 | 37 | 46 |
| 41 | 35 | 43 | 25 | 37 | 46 | 38 | 24 | 41 | 50 |
| 38 | 29 | 41 | 32 | 34 | 49 | 44 | 37 | 31 | 47 |
| 50 | 34 | 25 | 37 | 40 | 32 | 35 | 28 | 44 | 43 |
| 46 | 37 | 41 | 35 | 29 | 43 | 38 | 31 | 26 | 34 |
| 49 | 32 | 46 | 26 | 38 | 35 | 40 | 51 | 37 | 46 |
| 37 | 25 | 40 | 34 | 24 | 44 | 32 | 28 | 34 | 38 |
| 44 | 34 | 29 | 47 | 37 | 49 | 43 | 35 | 47 | 50 |

**569.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 70 | 95 | 75 | 95 | 60 | 77 | 55 | 63 | 80 | 67 |
| 90 | 78 | 57 | 76 | 84 | 82 | 75 | 68 | 73 | 62 |
| 62 | 81 | 77 | 72 | 97 | 68 | 85 | 56 | 92 | 71 |
| 73 | 79 | 98 | 63 | 83 | 85 | 70 | 90 | 66 | 91 |
| 86 | 68 | 55 | 93 | 71 | 96 | 77 | 81 | 86 | 72 |
| 82 | 62 | 70 | 78 | 67 | 87 | 91 | 99 | 78 | 97 |
| 91 | 58 | 81 | 97 | 75 | 83 | 71 | 66 | 61 | 76 |
| 73 | 85 | 65 | 90 | 86 | 61 | 54 | 75 | 78 | 93 |
| 87 | 58 | 72 | 92 | 66 | 98 | 65 | 81 | 76 | 63 |
| 95 | 83 | 65 | 57 | 80 | 87 | 61 | 92 | 56 | 71 |

**570.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 57,3 | 75,1 | 78,1 | 69,3 | 60,1 | 77,3 | 66,1 | 69,5 | 72,1 | 68,7 |
| 81,1 | 69,4 | 63,1 | 67,4 | 77,1 | 82,6 | 64,8 | 72,5 | 62,5 | 80,7 |
| 77,6 | 65,8 | 78,3 | 57,7 | 80,7 | 64,4 | 72,8 | 67,3 | 83,1 | 70,6 |
| 75,3 | 58,0 | 60,7 | 81,3 | 67,1 | 69,8 | 82,4 | 62,3 | 66,9 | 80,6 |
| 62,7 | 73,8 | 68,9 | 83,8 | 57,0 | 72,6 | 65,6 | 78,7 | 59,5 | 70,0 |
| 73,5 | 58,1 | 64,0 | 83,9 | 84,0 | 63,5 | 74,1 | 77,7 | 68,5 | 80,5 |
| 66,3 | 73,0 | 79,1 | 71,1 | 80,4 | 62,1 | 66,7 | 83,7 | 76,8 | 59,3 |
| 71,3 | 63,7 | 71,2 | 78,9 | 65,2 | 77,9 | 74,9 | 69,1 | 70,8 | 74,8 |
| 71,6 | 72,9 | 61,9 | 71,5 | 75,4 | 71,1 | 59,9 | 74,3 | 76,1 | 70,9 |
| 61,3 | 71,4 | 71,8 | 65,0 | 67,8 | 75,5 | 71,9 | 64,9 | 74,7 | 62,9 |

**Указания к выполнению контрольных заданий**

**Тема 1.** Элементы комбинаторики. Теория вероятностей. Основные понятия и методы математической статистики.

*Литература.* [2], Гл. XX, § 1, 2,3,4,5,6,9, 10,12,13, 14, 15, 17, 20, 27, 28.

***Примеры решения некоторых типовых задач***

*Пример 1*. Все натуральные числа от 1 до 30 записаны на одинаковых карточках и помещены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на этой карточке окажется кратным 5?

*Решение*. Обозначим буквой *А* событие «число на взятой карточке кратно 5». В данном испытании имеется 30 равновозможных элементарных исходов, из которых событию *А* благоприятствуют 6 исходов (числа 5, 10, 15, 20, 25, 30). Следовательно,



*Пример 2*. Подбрасываются два игральных кубика, подсчитывается сумма очков на верхних гранях. Найти вероятность события *В*, состоящего в том, что на верхних гранях кубиков в сумме будет 9 очков.

*Решение*. В этом испытании всего 6 2 = 36 равновозможных элементарных исходов (см. пример 1 предыдущего параграфа). Событию *В* благоприятствуют 4 исхода: (3;6), (4;5), (5;4), (6;3), поэтому



*Пример 3*. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 10. Какова вероятность того, что это число является простым?

*Решение*. Обозначим через *А* событие «выбранное число является простым». В данном случае ,  (простые числа 2, 3, 5, 7).

Следовательно, искомая вероятность



*Пример 4*. Подбрасываются две одинаковые монеты. Чему равна вероятность того, что на верхних сторонах обеих монет оказались цифры?

*Решение*. Обозначим буквой *С* событие «на верхней стороне каждой монеты оказалась цифра». В этом испытании 4 равновозможных элементарных исходов: (*Г*, *Г*), (*Г*, *Ц*), (*Ц*, *Г*), (*Ц*, *Ц*). (Запись (*Г*, *Ц*) означает, что на первой монете герб, на второй – цифра). Событию *С* благоприятствует один элементарный исход (*Ц*, *Ц*). Поскольку , , то



*Пример 5*. Какова вероятность того, что в наудачу выбранном двузначном числе цифры одинаковы?

*Решение*. Рассмотрим событие *А* – «выбрано число с одинаковыми цифрами» Двузначными числами являются числа от 10 до 99; всего таких чисел 90. Одинаковые цифры имеют 9 чисел (это числа 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99).

Таким образом, число всех равновозможных исходов , а число благоприятных исходов , поэтому

.

*Пример 6*. Из букв слова *производная* наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что эта буква будет: а) гласной, б) согласной, в) буквой *ю*?

*Решение*.В слове *производная* 11 букв, из них 5 гласных и 6 согласных. Буквы *ю* в этом слове нет. Обозначим события: *А* – выбрана гласная буква; *В* – выбрана согласная буква; *С* – буква *ю*. Число благоприятствующих элементарных исходов:  - для события *А*;  - для события *В*;  - для события *С*. Поскольку , то

, , .

*Пример 7*. Подбрасываются два игральных кубика, отмечается число очков на верхней грани каждого кубика. Найти вероятность того, что на обоих кубиках выпало одинаковое число очков.

*Решение*.Обозначим это событие буквой *А*, ему благоприятствует 6 элементарных исходов: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6). Всего равновозможных элементарных исходов, образующих полную группу событий, в данном случае  (см. пример 3). Значит, искомая вероятность



*Пример 8*. Подбрасываются два игральных кубика, подсчитывается сумма очков на верхних гранях. Что вероятнее – получить в сумме 7 или 8?

*Решение*.Обозначим события: *А* – «выпало 7 очков», *В* - «выпало 8 очков». Событию *А* благоприятствуют 6 элементарных исходов: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), а событию *В* – 5 исходов: (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2).

Всего равновозможных элементарных исходов, образующих полную группу событий, в данном случае будет  (см. пример 3), значит,   Итак, >. Следовательно, получить в сумме 7 очков – более вероятное событие, чем получить в сумме 8 очков.

*Пример 9*. Сколькими различными способами можно выбрать три лица из десяти кандидатов на три различные должности?

*Решение*.Поскольку одно лицоне может занимать более одной

должности, то речь идет о размещениях.Воспользуемся формулой(1.3.3). При ,  получаем

.

*Пример 10*.Сколькими различными способами могут разместиться на скамейке пять человек?

*Решение*.Здесь комбинации отличаются друг то друга только порядком следования элементов, поэтому имеем перестановки. По формуле (1.3.1) при  = 5 находим

.

*Пример 12*. Сколькими различными способами можно выбрать три лица на три одинаковые должности из десяти кандидатов?

*Решение*.В данном случае неважен порядок выбора (лишь бы быть выбранным), так как должности одинаковые, поэтому речь идет о сочетаниях. В соответствии с формулой(1.3.4), при ,  получаем

.

*Пример 13*. Сколько различных перестановок букв можно сделать в словах «замок», «ротор», «топор», «колокол»?

*Решение*.В слове «замок» все буквы различны, всего их пять. В соответствии с формулой(1.3.7) получаем



В слове «ротор», состоящем из пяти букв, буквы *р* и *о* повторяются дважды. Для подсчета различных перестановок применяем формулу (1.3.7). При  =5, , , по этой формуле получаем



В слове «топор» буква *о* повторяется дважды, поэтому



В слове «колокол», состоящем из семи букв, буква *к* встречается дважды, буква *о* – трижды, буква *л* - дважды. В соответствии с формулой (1.3.7)

при  =3, , ,   получаем



Приведем примеры непосредственного подсчета вероятностей.

*Пример 14*. На пяти одинаковых карточках написаны буквы С, О, М, К, Т. Карточки перемешиваются и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово ТОМСК?

*Решение*.Из пяти различных элементов можно составить  перестановок:

 Значит, всего равновозможных исходов будет 120, а благоприятствующих данному событию – только один. Следовательно,

*Пример 15*.Из букв слова *ротор*, составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются три буквы и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово *тор*?

*Решение*.Чтобы отличить одинаковые буквы друг от друга, обозначим их следующим образом: . Здесь имеем размещения, так как важен не только состав, но и порядок следования букв, поэтому общее число равновозможных исходов найдем по формуле (1.3.3): . Для подсчета числа благоприятных случаев воспользуемся правилом произведения: букву *м* можно выбрать одним способом, букву *о* – двумя, букву *р* – двумя способами. Таким образом, слово *тор* получится в  случаях:  Следовательно, искомая вероятность равна



*Пример 16*.В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 наудачу взятых деталей 4 стандартных.

*Решение*. Пусть событие *А* **– «**среди 6 наудачу взятых деталей 4 стандартных**».** Общее число равновозможных исходов испытания равно числу способов, которыми можно извлечь 6 деталей из 10, т. е. числу сочетаний из 10 элементов по 6 -  так как важен только состав выбранных деталей. Определим число благоприятных исходов. Четыре стандартных детали из семи стандартных можно взять  способами, при этом остальные  детали быть нестандартными; взять 2 нестандартные детали из  нестандартных деталей можно  способами. Следовательно, число благоприятных исходов равно . Искомая вероятность равна отношению числа исходов, благоприятствующих событию, к общему числу всех элементарных исходов:



*Замечание*. Последняя формула является частным случаем формулы (1.3.10): .

*Пример 17*.В урне 15 шаров, из них 9 красных и 6 синих. Найти вероятность того, что вынутые наугад два шара окажутся красными.

*Решение*.Пусть событие *А* **– «**вынутые наугад два шара окажутся

красными**».** Общее число равновозможных случаев равно числу сочетаний из 15 по 2. Число случаев, благоприятствующих появлению события *А* равно числу сочетаний из 9 по 2. Следовательно, искомая вероятность равна



*Пример 18*. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6, вторым - 0,7, третьим – 0,8. Найти вероятность того, что а) попадет только один стрелок, б) попадут только два стрелка, в) попадут все три стрелка, г) попадет хотя бы один стрелок.

*Решение*. Пусть событие - «первый стрелок попал в цель», событие  - «первый стрелок промахнулся»; аналогично,  - «второй

стрелок попал в цель»,  - «второй стрелок промахнулся»;  - «третий стрелок попал в цель»,  - «третий стрелок промахнулся», тогда

а) событие *А* - «попадет только один стрелок» произойдет в том случае, если первый стрелок попал в цель, но при этом второй и третий промахнулись, или второй стрелок попал в цель, но при этом первый и третий промахнулись, или третий стрелок попал в цель, но при этом второй и первый промахнулись, т. е. если произойдет одно из трех несовместных событий , , , тогда по формуле (1.7.1), при  найдем вероятность событие *А*.



Учитывая, что , ;

, ; , 

и то, что указанные события независимые по формуле (1.7.10) получим

 ;

б) событие *В* – «попадут только два стрелка» произойдет в том случае, если произойдет одно из трех несовместных событий , , и вероятность события *В* равна

в) событие *С* – «попадут все три стрелка» является произведением независимых событий , поэтому вероятность события *С* равна

;

г) событие *D* – «попадет хотя бы один стрелок» и событие - «не попадет ни один» являются противоположными и согласно формуле (1.7.3) ,отсюда .

Очевидно, что  и вероятность события *D* равна

.

Заметим, что события «попадет хотя бы один стрелок» и «попадет только один стрелок» являются различными.

**Форма промежуточного контроля**

**экзамен**

Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену.

1.Основные определения теории вероятностей.

2.Элементы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).

3.Частота события и ее свойства.

4.Статистическое определение вероятности события.

5. Классическое определение вероятности события.

6.Геометрическая вероятность.

7.Теоремы сложения и умножения вероятностей.

8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

9. Схема повторных испытаний в одинаковых условиях. Формула Бернулли.

10. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

11. Случайная величина. Непрерывные и дискретные случайные величины.

12. Закон распределения случайной величины. Многоугольник распределения.

13. Интегральный закон распределения случайной величины (функция распределения).

14. Дифференциальный закон распределения случайной величины (плотность вероятностей).

15. Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины.

16. Законы распределения непрерывной случайной величины (Равномерное и показательное распределения).

17.Нормальный закон распределения. Кривая Гаусса. Правило трех сигм.

18.Основные задачи математической статистики.

19.Статистическая функция распределения.

22.Статистическая совокупность. Гистограмма.

21.Точечные и интервальные оценки статистического распределения.

22.Статистическая проверка гипотез. Понятие о критериях согласия.

**Оформление письменной работы согласно** [**МИ 01-03-2023 Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации**](http://www.zabgu.ru/files/html_document/pdf_files/fixed/Normativny'e_dokumenty'/MI__01-02-2018_Obshhie_trebovaniya_k_postroeniyu_i_oformleniyu_uchebnoj_tekstovoj_dokumentacii.pdf)

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. I: – М.: Интеграл – Пресс, 2004. – 416 с.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
4. Баврин И.И. Высшая математика: Учеб. для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия»; Высш. шк., 2001. – 616 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. I: Учеб. пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
7. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
8. Лескова Т.М. Высшая математика часть IV (учебное пособие для заочников).