МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Забайкальский государственный университет»

(ФГБОУ ВО «ЗабГУ»)

Факультет энергетический

Кафедра Математики и черчения

**УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**для студентов заочной формы обучения**

(*с полным сроком обучения*, *ускоренное обучение)*

по дисциплине «Высшая математика»

для направления подготовки (специальности) - 21.05.02

Профиль (специализация): Прикладная геология

Профиль (специализация): Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания

Общая трудоемкость дисциплины - 504 часа

Форма текущего контроля в семестре ­- контрольная работа.

Курсовая работа ­ - нет.

Форма промежуточного контроля - в 1 семестр экзамен, во 2 семестре зачет , 3 семестр зачет, 4 семестре экзамен.

Чита, 2023

Краткое содержание курса

Тема 1.Элементы векторной алгебры

Тема 2. Элементы линейной алгебры

Тема 3.Введение в математический анализ

**Форма текущего контроля**

**Контрольная работа № 1**

Рекомендации по определению варианта, задания для выполнения контрольной работы, методические рекомендации по выполнению заданий.

Рекомендации по определению варианта, задания для выполнения контрольной работы, методические рекомендации по выполнению заданий.

1.Слушатели выполняют контрольную работу в соответствии с учебным планом в сроки, установленные факультетом заочного обучения.

2.Студенты должны выполнить один из 10 вариантов, номер, которого **определяется по последней цифре номера зачетной книжки.**

3.Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клеточку, ручкой любого цвета, кроме зеленого и красного, аккуратно и разборчивым почерком, чертежи выполняются простым карандашом с использованием инструмента.

4.На титульном листе следует указать фамилию, имя, отчество, номер зачетной книжки, номер варианта.

5.Задания в контрольных работах выполняются по порядку, согласно расположению их в варианте.

6.На заключительном листе контрольных работ следует указать список литературы, которым Вы пользовались при их выполнении.

**Форма текущего контроля**

# Задания контрольной работы № 1

1. **сем**

**11-20; 51-60; 91-100; 111-120; 131-140; 141 - 150; 171 - 180.**

1. **Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии**

**1-10**. Даны четыре вектора  и  в некотором базисе. Показать, что векторы  образуют базис и найти координаты вектора  в этом базисе.



**1.** 

**2. **

**3. **

**4. **

**5. **

**6. **

**7. **

**8. **

**9. **

**10. **

**11-20.** Даны координаты вершин пирамиды Найти: 1) длину ребра 2) угол между ребрами  и ; 3) угол между ребром  и гранью ; 4) площадь грани ; 5) объём пирамиды; 6) уравнение прямой ; 7)уравнение плоскости ; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины  на грань . Сделать чертеж.

**11**. 

**12**. 

**13.** 

**14.** 

**15.** 

**16.** 

**17.** 

**18**. 

**19**. 

**20**. 

**21.** Даны две вершины треугольника  и точка пересечения его медиан  Найти координаты вершины 

**22**. Дано уравнение из сторон квадрата  и точка пересечения его диагоналей , найти уравнения трёх остальных сторон квадрата.

**23**. Составить уравнения сторон треугольника , если известны координаты его вершин  и точка пересечения его высот 

**24**. Найти координаты центра окружности, описанной около треугольника с вершинами 

**25**. Даны уравнения двух сторон треугольника  и . Найти уравнение третьей стороны, если известно, что медианы этого треугольника пересекаются в точке 

**26**. Составить уравнения сторон треугольника, если даны одна из его вершин и уравнения двух его высот  и .

**27.** Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину , а также уравнения высоты  и медианы .

**28**. Через точку  проведена прямая, отсекающая от координатного угла треугольника, площадь которого равна 3. Определить точки пересечения этой прямой с осями координат.

**29.** Даны две вершины треугольника  и  Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины  на медиану, проведенную из вершины 

**30.** Даны уравнения двух сторон квадрата  и одна из его вершин .Составить уравнения двух других сторон этого квадрата.

**31**. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  и от оси абсцисс. Сделать чертеж.

**32.** Составить уравнение линии, каждая точка которой удалена от точки  вдвое дальше, чем от оси ординат. Сделать чертеж.

**33**. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки , чем от точки  Сделать чертеж.

**34**. Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от начала координат и от прямой  относятся как 3:5. Сделать чертеж.

**35**. Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от точек и  относятся как 2:1. Сделать чертеж.

**36.** Составить уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки  вдвое дальше, чем от прямой . Сделать чертеж.

**37**. Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от точки  и от точки  относятся как 3:4. Сделать чертеж.

**38**. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  и от прямой . Сделать чертеж.

**39**. Составить уравнение линии, расстояние каждой точки  втрое больше расстояние от прямой . Сделать чертеж.

**40.** Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки  равно расстоянию от оси координат. Сделать чертеж.

**41-50**. Линия задана уравнением  в полярной системе координат.

Требуется 1) построить линию по точкам, начиная от  до  и придавая  значения через промежуток ; 2) найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью.; 3) по уравнению в декартовой прямоугольной системе координат определить, какая это линия.

**41.** . **46**. .

**42.** . **47**. .

**43**. . **48**. .

**44**. . **49.** .

**45**. . **50**. .

1. **Элементы линейной алгебры.**

**51-60**. Дана система линейных уравнений



Доказать ее совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

**51**.  **56**. 

**52.**  **57.** 

**53.**  **58**. 

**54**.  **59**. 

**55**.  **60.** 

**61-70.** Даны два линейных преобразования:

 

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее

 через 

**61**.  

**62**.  

**63**.  

**64.**  

**65.**  

**66**.  

**67.**  

**68**.  

**69.**  

**70**  

**71-80.** Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей .

**71**. . **76**. .

**72**. . **77.** 

**73.** . **78**. .

**74.**  **79**. .

**75.**  **80.** 

**81-90.** Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка.

81. . **86**. .

**82.** . **87.** 

**83**.  **88.** 

**84**.  **89**. 

**85.**  **90**. 

**91-100**. Дано комплексное число . Требуется: 1) записать его в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения 

**91.**  **96**. 

**92**.  **97.** 

**93**.  **98.** 

**94.**  **99.** 

**95.**  **100**. 

**1 семестр**

**3. Введение в математический анализ**

**101-110.** а) Найти область определения функции; б), в) построить графики функции при помощи преобразований графиков основных элементарных функций.

**101.** а)  б)  в) 

**102.** а)  б)  в) 

**103.** а)  б)  в)

**104**. а)  б)  в) 

**105**. а)  б)  в) 

**106**. а)  б)  в) 

**107.** а)  б)  в)

**108**. а)  б) в) 

**109**. а)  б)  в) 

**110**. а)  б)  в)

**111-120**. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

**111.** а)  б) 

в)  г) 

**112**. а)  б) 

в)  г) 

**113**. а)  б) 

в)  г) 

**114**. а)  б) 

в)  г) 

**115**. а)  б) 

в)  г) 

**116.** а)  б) 

в)  г) 

**117.** а)  б) 

в)  г) 

**118.** а)  б) 

в)  г) 

**119.** а)  б) 

в)  г) 

**120.**  б) 

в)  г) 

**121-130.** Заданы функция  и два значения аргумента  и . Требуется: 1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из заданных значений аргумента; 2) в случае разрыва функции найти ее пределы слева и справа; 3) сделать схематический чертеж.

**121**.  **126**. 

**122**.  **127**. 

**123.**  **128**. 

**124.**  **129.** 

**125**.  **130**. 

**131-140.** Задана функция  Найти точки разрыва, если они существуют. Сделать схематический чертеж.

**131**.  **136**. 

**132.**  **137**. 

**133.**  **138.** 

**134**.  **139.** 

**135**.  **140.** 

**141-150.** Найти производные  данных функций.

**141.** а)  б) 

в)  г) 

д) 

**142.** а)  б) 

в)  г) 

д) 

**143**. а)  б) 

в)  г) 

д) 

**144.** а) **;** б) 

в)  г) 

д) 

**145**. а)  : б) 

в)  г) 

д) 

**146**. а) б) 

в)  г) 

д) 

**147**. а)  б) 

в)  г) 

д) 

**148.** а)  б) 

в)  г) 

д) 

**149**. а)  б) 

в)  г) 

д) 

**150.** а)  б) 

в)  г) 

д) 

**171-180.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке 

**171.**  **176.** 

**172**.  **177.** 

**173**.  **178.** 

**174.**  **179.** 

**175**.  **180.** 

**Форма промежуточного контроля**

Экзамен

Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ ( 1с)

1.Определители. Свойства. Методы вычисления.

2. Матрицы. Действия над ними. Ранг. Обратная матрица.

3. Методы нахождения единственного решения систем линейных неоднородных уравнений.

4. Методы нахождения множества решений систем линейных неоднородных уравнений.

5. Системы линейных однородных уравнений.

6. Векторы. Действия над ними. Базис. Координаты.

7. Скалярное произведение двух векторов.

8. Векторное произведение двух векторов.

9. Смешанное произведение трех векторов.

10. Уравнения плоскости (общее, нормальное, в отрезках).Взаимное расположение двух плоскостей.

11. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых.

12. Прямая на плоскости. Взаимное расположение двух прямых.

13. Канонические уравнения кривых второго порядка.

14. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.

15.Функция. Основные понятия.

16.Полярная система координат.

17.Основные элементарные функции.

18.Предел функции. Свойства пределов

.19.Раскрытие неопределенностей  (без правила Лопиталя) .

20.Первый и второй замечательные пределы.

21.Непрерывность функции. Точки разрыва.

**Оформление письменной работы согласно** [**МИ 01-03-2023 Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации**](http://www.zabgu.ru/files/html_document/pdf_files/fixed/Normativny'e_dokumenty'/MI__01-02-2018_Obshhie_trebovaniya_k_postroeniyu_i_oformleniyu_uchebnoj_tekstovoj_dokumentacii.pdf)

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. I: – М.: Интеграл – Пресс, 2004. – 416 с.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
4. Баврин И.И. Высшая математика: Учеб. для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия»; Высш. шк., 2001. – 616 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. I: Учеб. пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
7. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
8. Глазырин В.В., Лесков В.П., Лескова Т.М., Чистякова С.А. Высшая математика частьI (учебное пособие для заочников).

**Краткое содержание курса**

Тема 1.Приложения дифференциального исчисления

Тема 2.Дифференциальные исчисление функций нескольких переменных

Тема 3.Неопределенный интеграл и определенный интегралы

**2 семестр**

**Форма текущего контроля**

**Контрольная работа № 2**

**Задания: 191 – 200; 231 – 250; 271 – 280; 281 – 290; 301 – 310.**

**1. Приложения дифференциального исчисления**

**191-210.** Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и построить её график.

**191.  201. **

**192.  202. **

**193.  203. **

**194.  204. **

**195.  205. **

**196.  206. **

**197.  207. **

**198.  208. **

**199.  209. **

**200.  210. **

**211-220.** Найти уравнения касательной, уравнение нормальной плоскости и вычислить кривизну линии  в точке 

**211. **

**212. **

**213. **

**214. **

**215. **

**216. **

**217. **

**218. **

**219. **

**220. **

**221-230.** Определить число действительных корней уравнения **,** отделить корни и, применяя комбинированный метод хорд и касательных, найти их приближенные значения**.**

**221.  226. **

**222.  227. **

**223.  228. **

**224.  229. **

**225.  230. **

**2. Дифференциальные исчисление функций нескольких переменных**

**231**. Дана функция Показать, что 

**232**. Дана функция  Показать, что

**233**. Дана функция  Показать, что 

**234**. Дана функция  Показать, что 

**235.** Дана функция **** Показать, что 

**236**. Дана функция  Показать, что 

**237**. Дана функция  Показать, что 

**238**. Дана функция  Показать, что 

**239**. Дана функция  Показать, что 

**240.** Дана функция  Показать, что 

**241-250**. Дана функция  и две точки  и  Требуется: 1) вычислить значение  функции в точке .; 2) вычислить приближенное значение  функции в точке , исходя из значения  функции в точке , заменив приращение функции при переходе от точки  к точке  дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции ее дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности  в точке 

**241. **

**242. **

**243. **

**244. **

**245. **

**246. **

**247. **

**248. **

**249. **

**250. **

**251-260.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области , заданной системой неравенств.

**251.** 

**252. **

**253. **

**254. **

**255. **

**256. **

**257. **

**258. **

**259. **

**260. **

**261-270.** Даны: функция , точка  и вектор  Найти: 1)  в точке ; 2) производную в очке  в направлении вектора .

**261. **

**262. **

**263. **

**264. **

**265. **

**266. **

**267. **

**268. **

**269. **

**270. **

**271-280.** Экспериментально получены пять значений функции  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  |  |  |  |  |  |

Методом наименьших квадратов найти функцию вида  Сделать чертеж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график аппроксимирующей функции 

**271.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 3,2 | 4,2 | 2,7 | 0,7 | 1,2 |

**272.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 3,3 | 4,3 | 2,8 | 0,9 | 1,2 |

**273.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 3,6 | 4,6 | 3,1 | 1,1 | 1,6 |

**274.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 3,8 | 4,8 | 3,3 | 1,3 | 1,8 |

**275.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 4,1 | 4,9 | 3,4 | 1,3 | 1,9 |

**276.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 2,9 | 3,7 | 2,2 | 0,3 | 0,9 |

**277.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 3,9 | 5,1 | 3,6 | 1,6 | 2,1 |

**278.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 4,3 | 5,4 | 3,8 | 1,8 | 2,3 |

**279.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 4,5 | 5,5 | 4,2 | 2,1 | 2,5 |

**280.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 4,7 | 5,7 | 4,4 | 2,3 | 2,9 |

**3. Неопределенный интеграл и определенный интегралы**

**281-290.** Найти неопределенные интегралы. В пунктах а) и б) результаты проверить дифференцированием**.**

**281.** а)  б) 

в)  г) 

**282**. а) б) 

в)  г) 

**283**. а)  б) 

в)  г) 

**284.** а)  б) 

в)  г) 

**285.** а) **** б

в**) ** г) ****

**286.** а**) ** б**) **

в**) ** г) ****

**287.** а)  б) 

в)  г) 

**288.** а)  б) 

в)  г) 

**289.** а)  б) 

в)  г) 

**290**. а)  б) 

в)  г) 

**291-300**. Вычислить приближенное значение определенного интеграла  с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

**291.  292. **

**293.  294. **

**295.  296. **

**297.  298. **

**299.  300. **

**301-310.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

**301.  302. **

**303.  304. **

**305.  306. **

**307.  308. **

**309.  310. **

**Форма промежуточного контроля**

**зачет**

Перечень примерных вопросов для подготовки к зачету.

1.Определение функции нескольких переменных. Область определения.

2.Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

3.Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных.

4. Частные производные и полный дифференциал второго порядка.

5.Уравнеие касательной плоскости и нормали к поверхности.

6.Неявные функции. Дифференцирование неявных функций.

7.Экстремумы функции нескольких переменных.

8.Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства.

9.Таблица неопределенных интегралов.

10.Непосредственное интегрирование.

11.Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле

12.Интегрирование рациональных функций.

13.Интегрирование иррациональных функций.

14. Интегрирование тригонометрических функций.

15.Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.

16.Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.

17.Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

18.Приложения определенных интегралов.

19.Несобственные интегралы с бесконечными пределами.

20. Несобственные интегралы от разрывных функций.

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. I: – М.: Интеграл – Пресс, 2004. – 416 с.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
4. Баврин И.И. Высшая математика: Учеб. для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия»; Высш. шк., 2001. – 616 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. I: Учеб. пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
7. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.

**3 семестр**

**Краткое содержание курса**

Тема 1Дифференциальные уравнения

Тема 2Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.

Векторный анализ.

Тема 3.Ряды

**Форма текущего контроля**

**Контрольная работа № 3**

**Задания: 321 – 350; 371 – 400; 421 – 450; 461 – 470.**

**1. Дифференциальные уравнения**

**321-340.** Найти общее решение дифференциального уравнения**.**

**321.  322. **

**323.  324. **

**325.  326. **

**327  328 **

**329.  330. **

**331.  332. **

**333.  334. **

**335. 336. **

**337.  338. **

**339.  340. **

**341-350.** Найти частное решение дифференциального уравнения **** удовлетворяющее начальным условиям 

**341.  **

**342. **

**343.  **

**344.  **

**345.  **

**346.  **

**347.  **

**348.  **

**349.  **

**350.  **

**351-360.** Дана система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами



Требуется: 1) найти общее решение системы с помощью характеристического уравнения; 2) записать данную систему и ее решение в матричной форме.

**351**.  **352.** 

**353**.  **354.** 

**355**.  **356**. 

**357**.  **358**. 

**359**.  **360**. 

**361.** Найти кривую, у которой нормаль в любой ее точке равна расстоянию этой точки от начала координат.

**362.** Найти кривую, зная, что площадь, заключенная между осями координатной кривой и ординатой любой точки на ней, равна кубу этой ординаты.

**363.** Найти линию, для которой абсцисса центра тяжести криволинейной трапеции, образованной осями координат, прямой  и линией, была равна  (при любом).

**364.** Найти кривую, проходящую через точку  если угловой коэффициент касательной к кривой всегда в два раза меньше углового коэффициента радиуса – вектора точки касания.

**365.** Найти кривую, у которой подкасательная равна среднему арифметическому координат точки касания.

**366.** Найти линию, у которой начальная ордината любой касательной равна соответствующей поднормали.

**367.** Тело движется прямолинейно с ускорением, пропорциональным произведению скорости движения  на время  Установить зависимость между  и  если 

**368**. Моторная лодкадвижется в спокойной воде со скоростью *9км/ч*. На полном ходу ее мотор был выключен, и через *20 сек* скорость лодки уменьшилась до *4,5км/ч.* Определить путь пройденный лодкой за *1 мин* ( с момента выключения мотора).

**369.** Точка массой  движется прямолинейно; на нее действует си

ла, пропорциональная времени, протекшему от момента, когда скорость равнялась нулю (коэффициент пропорциональности равен 2). Кроме того, точка испытывает сопротивление среды, пропорциональное скорости (коэффициент пропорциональности равен 3). Найти скорость в момент *сек.*

**370.** Материальная точка массой  без начальной скорости медленно погружается в жидкость. Найти путь, пройденной точкой за время *сек.*, считая, что при медленном погружении сила сопротивления жидкости пропорциональна скорости погружения (коэффициент пропорциональности равен 2).

**2. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.**

**Векторный анализ.**

**371-380.** Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением в декартовых координатах .

**371. **

**372. **

**373. **

**374. **

**375. **

**376. **

**377. **

**378. **

**379. **

**380. **

**381-390.** Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость 

**381. **

**382. **

**383. **

**384. **

**385. **

**386. **

**387. **

**388. **

**389. **

**390. **

**391.** Вычислить криволинейный интеграл **** вдоль окружности **** обходя ее против хода часовой стрелки. Сделать чертеж.

**392.** Вычислить криволинейный интеграл  вдоль параболы  от точки А(1;1) до точки В(2;4). Сделать чертеж.

**393**. Вычислить криволинейный интеграл  вдоль эллипса , обходя его против хода часовой стрелки. Сделать чертеж.

**394.** Вычислить криволинейный интеграл  вдоль параболы  от точки А(1;1) до точки В(4;2). Сделать чертеж.

**395.** Вычислить криволинейный интеграл  от точки  до точки  вдоль прямой, проходящей через эти точки. Сделать чертеж.

**396.** Вычислить криволинейный интеграл  от точки  до точки вдоль прямой проходящей через эти точки. Сделать чертеж.

**397.** Вычислить криволинейный интеграл от точки  до точки вдоль прямой, проходящей через эти точки. Сделать чертеж.

**398.** Вычислить криволинейный интеграл вдоль кривой  от точки  до точки . Сделать чертеж.

**399**.Вычислить криволинейный интеграл вдоль параболы  от точки  до точки . Сделать чертеж.

**400.** Вычислить криволинейный интеграл вдоль кривой  от точки  до точки . Сделать чертеж.

**401-410**. Даны векторное поле  и поверхность **,** которая совместно с координатными плоскостями образует замкнутое тело , лежащее в первом октанте. Требуется вычислить: 1) поток векторного поля через поверхность  в направлении нормали  ( внешняя нормаль к ); 2) двумя способами (непосредственно и по теореме Стокса) найти циркуляцию векторного поля  вдоль линии пересечения поверхности  с плоскостями координат и лежащей в первом октанте; 3) двумя способами (непосредственно и по теореме Остроградского-Гаусса) найти поток векторного поля  через полную поверхность  замкнутого тела , лежащего в первом октанте, ограниченного поверхность  и плоскостями координат. Сделать чертеж.

**401**. 

**402. **

**403. **

**404. **

**405. **

**406. **

**407. **

**408. **

**409. **

**410. **

**411-420**. Проверить, является ли векторное поле  потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля  найти его потенциал.

**411. **

**412. **

**413. **

**414. **

**415. **

**416. **

**417. **

**418. **

**419. **

**420. **

**3. Ряды**

**421-430.** Исследовать сходимость числового ряда 

**421.  422. **

**423.  424. **

**425.  426. **

**427.  428. .**

**429.  430. **

**431-440.** Найти интервал сходимости степенного ряда

**431**.  **432.** 

**433**  **434**. 

**435.**  **436.** 

**437**.  **438**. 

**439**.  **440**. 

**441-450**. Вычислить определенный интеграл  с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем почленно его проинтегрировав.

**441.  442. **

**443.  444. **

**445.  446. **

**447.  448. **

**449.  450. **

**451-460.** Найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения  дифференциального уравнения  удовлетворяющего начальному условию 

**451.  452. **

**453.  454. **

**455.  456. **

**457.  458. **

**459.  460. **

**461-470**. Разложить данную функцию  в ряд Фурье в интервале 

**461.**  в интервале ****

**462.**  в интервале****

**463. ** в интервале****

**464.**  в интервале****

**465. ** в интервале****

**466.**  в интервале****

**467. ** в интервале ****

**468. ** в интервале****

**469.** Функция **** задана в интервале **** Разложить данную функцию в ряд Фурье в интервале  продолжив ее в интервал четно.

**470**. Функция **** задана в интервале **** Разложить данную функцию в ряд Фурье в интервале  продолжив ее в интервал нечетно.

**Форма промежуточного контроля**

**зачет**

Перечень примерных вопросов для подготовки к зачету.

1.Дифференциальные уравнения первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные).

2. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

3. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

5.Метод вариации. Метод отыскания частного решения по виду правой части.

6.Двойной интеграл (определение, вычисление).

7. Двойной интеграл в полярных координатах.

8.Вычисление площадей плоских фигур.

9.Тройной интеграл (определение, вычисление).

10. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.

11. Вычисление объемов тел.

12.Криволинейные интегралы первого и второго рода ( определение, вычисление.

13.Числовые ряды (определение, понятие суммы).

14.Признаки сходимости положительных рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный).

15.Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда.

16.Разложение функций в степенные ряды.

17. Ряды Тейлора и Маклорена.

18. Приближенные вычисления с помощью рядов.

19. Ряды Фурье (определение, сходимость)..

20. . Ряды Фурье для четных и нечетных функций.

**Оформление письменной работы согласно МИ 01-03-2023** [Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации](http://zabgu.ru/files/html_document/pdf_files/fixed/Normativny%27e_dokumenty%27_i_obrazcy%27_zayavlenij/Obshhie_trebovaniya_k_postroeniyu_i_oformleniyu_uchebnoj_tekstovoj_dokumentacii.pdf)

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. I: – М.: Интеграл – Пресс, 2004. – 416 с.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
4. Баврин И.И. Высшая математика: Учеб. для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия»; Высш. шк., 2001. – 616 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. I: Учеб. пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
7. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.

**4 семестр**

**Краткое содержание курса**

Перечень изучаемых разделов ,тем дисциплин (модуля)

Тема 1.Теория вероятностей

Тема 2.Математическая статистика

**Форма текущего контроля**

**Контрольная работа №4.**

**Задания: 481 – 490; 531 – 570.**

**481-490.** Восстановить аналитическую в окрестности точки  функцию  по известной действительной части  или мнимой  и значению 

**481.  486. **

**482.  487. **

**483.  488. **

**484.  489. **

**485.  490. **

**491-500.**Разложить функцию  в ряд Лорана в окрестности точки  и определить область сходимости этого ряда.

**491**.  **496. **

**492.  497. **

**493.  498. **

**494.  499. **

**495.  500. **

**501-510.** Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображение функции ****

**501.  506. **

**502.  507. **

**503.  508. **

**504.  509. **

**505.  510. **

**511-520.** Найти оригинал по изображению ****

**511.  516. **

**512.  517. **

**513.  518. **

**514.  519. **

**515.  520. **

**521-530.** Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

**521. **

**522. **

**523. **

**524. **

**525. **

**526. **

**527. **

**528. **

**529. **

**530. **

**12. Теория вероятностей**

**531.** Три стрелка выстрелили по зверю, который после этого оказался убитым одной пулей. Определить вероятность того, что зверь был убит каждым охотником, если вероятности попадания для них соответственно равны 0,2;0,4;0,6.

**532**. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего стрелков вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что: а) только из стрелков поразит цель; б) только два стрелка поразят цель; в) все три стрелка поразят цель; г) хотя бы один из стрелков поразит цель.

**533.** Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,96. Найти вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

**534.** Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

**535**. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время ) первого, второго и третьего соответственно равны 0,6;0,7;0,8. Найти вероятность того, что за время  безотказно будут работать 6 а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

**536**. В каждой из двух урн содержатся 4 черных и 6 белых шаров. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую урну, после чего из первой урны наудачу извлечен шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется белым.

**537**. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

**538.** Две команды из 10 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номера участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что оба брата будут участвовать в соревнованиях по номером 5.

**539**. В семье 5 детей. Найти вероятность того, что среди них не более двух мальчиков, если вероятность рождения мальчика равна 0,51.

**540.** Из трех орудий произвели залп по цепи. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,8; для второго и третьего орудия эти вероятности соответственно равна 0,7 и 0,9. Найти вероятность того, что: а) только один снаряд попадет в цель; в) хотя бы один снаряд попадет в цель.

**551-560**. В партии из  изделий имеется  нестандартных. Наудачу отобраны два изделия. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины  - числа нестандартных изделий среди двух отобранных.

**541**.  **546**. 

**542**.  **547**. 

**543**.  **548**. 

**544.**  **549**. 

**545**.  **550**. 

**551-560**. Дан дифференциальный закон распределения непрерывной случайной величины  Найти неизвестный параметр, интегральный закон распределения, математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Построить графики дифференциальной и интегральной функций распределения.

**551.  556. **

**552  557. **

**553.  558. **

**554.  559. **

**555.  560. **

**13. Математическая статистика**

В результате эксперимента получены, данные, записанные в виде статистического ряда. В задачах **561-570** требуется**:**

**а)** записать значения результатов эксперимента в виде вариационного ряда;

**б)** найти размах варьирования и разбить его на 9 интервалов;

**в)** построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

**г)** найти числовые характеристики выборки ****

**д)** приняв в качестве нулевой гипотезу : генеральная совокупность, из которой извлечена выборка, имеет нормальное распределение, проверить ее, пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости 

**е)** найти доверительный интервал для математического ожидания при надёжности 

**561.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 17,1 | 21,4 | 15,9 | 19,1 | 22,4 | 20,7 | 17,9 | 18,6 | 21,8 | 16,1 |
| 19,1 | 20,5 | 14,2 | 16,9 | 17,8 | 18,1 | 19,1 | 15,8 | 18,8 | 17,2 |
| 16,2 | 17,3 | 22,5 | 19,9 | 21,1 | 15,1 | 17,7 | 19,8 | 14,9 | 20,5 |
| 17,5 | 19,2 | 18,5 | 15,7 | 14,0 | 18,6 | 21,2 | 16,8 | 19,3 | 17,8 |
| 18,8 | 14,3 | 17,1 | 19,5 | 16,3 | 20,3 | 17,9 | 23,0 | 17,2 | 15,2 |
| 15,6 | 17,4 | 21,3 | 22,1 | 20,1 | 14,5 | 19,3 | 18,4 | 16,7 | 18,2 |
| 18,4 | 18,7 | 14,3 | 18,2 | 19,1 | 15,3 | 21,5 | 17,2 | 22,6 | 20,4 |
| 22,8 | 17,5 | 20,2 | 15,5 | 21,6 | 18,1 | 20,5 | 14,0 | 18,9 | 16,5 |
| 20,8 | 16,5 | 18,3 | 21,7 | 17,4 | 23,0 | 21,1 | 19,8 | 15,4 | 18,1 |
| 18,9 | 14,7 | 19,5 | 20,9 | 15,8 | 20,2 | 21,8 | 18,2 | 21,2 | 20,1 |

**562.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 16,8 | 17,9 | 21,4 | 14,1 | 19,1 | 18,1 | 15,1 | 18,2 | 20,3 | 16,7 |
| 19,5 | 18,5 | 22,5 | 18,4 | 16,2 | 18,1 | 19,1 | 21,4 | 14,5 | 16,1 |
| 21,5 | 14,9 | 18,6 | 20,4 | 15,2 | 18,5 | 17,1 | 22,4 | 20,8 | 19,8 |
| 17,2 | 19,7 | 16,3 | 18,7 | 14,4 | 18,8 | 19,5 | 21,6 | 15,3 | 17,3 |
| 22,8 | 17,4 | 22,7 | 16,5 | 21,7 | 15,4 | 21,3 | 14,3 | 20,5 | 16,4 |
| 20,6 | 15,5 | 19,4 | 17,5 | 20,9 | 23,0 | 18,9 | 15,9 | 18,2 | 20,7 |
| 17,9 | 21,8 | 14,2 | 21,2 | 16,1 | 18,4 | 17,5 | 19,3 | 22,7 | 19,6 |
| 22,1 | 17,6 | 16,7 | 20,4 | 15,7 | 18,1 | 16,6 | 18,3 | 15,5 | 17,7 |
| 19,2 | 14,8 | 19,7 | 17,7 | 16,5 | 17,8 | 18,5 | 14.0 | 21,9 | 16,9 |
| 15,8 | 20,8 | 17,1 | 20,1 | 22,6 | 18,9 | 15,6 | 21,1 | 20,2 | 15,1 |

**563.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 189 | 207 | 213 | 208 | 186 | 219 | 198 | 210 | 231 | 227 |
| 202 | 211 | 220 | 236 | 227 | 220 | 210 | 183 | 213 | 190 |
| 197 | 227 | 187 | 226 | 213 | 191 | 209 | 196 | 202 | 235 |
| 211 | 214 | 220 | 195 | 182 | 228 | 202 | 207 | 192 | 226 |
| 193 | 203 | 232 | 202 | 215 | 195 | 220 | 233 | 214 | 185 |
| 234 | 215 | 196 | 220 | 203 | 236 | 225 | 221 | 193 | 215 |
| 204 | 184 | 217 | 193 | 216 | 205 | 197 | 203 | 229 | 204 |
| 225 | 216 | 233 | 223 | 208 | 204 | 207 | 182 | 216 | 191 |
| 210 | 190 | 207 | 205 | 232 | 222 | 198 | 217 | 211 | 201 |
| 185 | 217 | 225 | 201 | 208 | 211 | 189 | 205 | 207 | 199 |

**564.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9,4 | 7,9 | 6,3 | 6,8 | 4,2 | 11,9 | 7,8 | 1,7 | 5,1 | 8,8 |
| 8,7 | 11,1 | 7,7 | 1,8 | 5,5 | 10,5 | 4,3 | 3,8 | 1,4 | 11,2 |
| 1,1 | 7,3 | 3,7 | 4,4 | 11,8 | 8,6 | 1,9 | 5,6 | 10,1 | 8,4 |
| 10,0 | 11,6 | 5,2 | 2,1 | 5,7 | 4,8 | 7,4 | 0,8 | 4,7 | 3,6 |
| 8,3 | 7,6 | 0,7 | 7,3 | 3,4 | 11,4 | 5,7 | 9,9 | 2,2 | 7,2 |
| 2,3 | 4,7 | 9,7 | 11,3 | 5,8 | 4,9 | 3,3 | 0,5 | 7,5 | 4,6 |
| 5,0 | 0,4 | 8,9 | 7,1 | 9,6 | 11,5 | 5,9 | 9,0 | 5,3 | 2,4 |
| 9,5 | 5,9 | 1,0 | 9,1 | 2,5 | 6,0 | 8,2 | 3,2 | 10,9 | 6,1 |
| 10,2 | 2,6 | 4,5 | 3,1 | 6,2 | 11,7 | 6,3 | 0,2 | 7,0 | 9,2 |
| 1,2 | 6,4 | 11,9 | 6,9 | 8,1 | 6,5 | 2,9 | 6,2 | 4,4 | 10,3 |

**565.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,6 | 4,4 | 10,9 | 6,4 | 4,0 | 2,8 | 5,2 | 1,2 | 7,6 | 3,4 |
| 2,9 | 5,3 | 1,7 | 7,7 | 6,9 | 10,1 | 5,4 | 4,1 | 8,8 | 6,5 |
| 6,6 | 4,2 | 5,5 | 0,5 | 8,9 | 4,5 | 1,8 | 5,6 | 7,8 | 3,0 |
| 1,9 | 10,2 | 7,9 | 2,5 | 5,7 | 3,1 | 6,7 | 4,3 | 0,6 | 9,0 |
| 6,8 | 3,2 | 4,4 | 9,1 | 10,3 | 6,0 | 7,9 | 6,9 | 8,0 | 2,0 |
| 7,0 | 10,7 | 8,1 | 2,1 | 5,8 | 6,4 | 0,3 | 4,5 | 9,2 | 3,3 |
| 7,6 | 9,3 | 3,4 | 4,6 | 5,0 | 3,8 | 5,9 | 8,2 | 2,2 | 7,1 |
| 2,3 | 0,8 | 7,2 | 8,3 | 11,1 | 6,5 | 3,5 | 9,4 | 10,8 | 4,7 |
| 4,8 | 6,1 | 3,6 | 9,5 | 8,4 | 2,4 | 6,3 | 7,3 | 5,7 | 0,9 |
| 7,4 | 8,5 | 5,8 | 1,1 | 5,9 | 4,9 | 3,7 | 9,6 | 2,6 | 6,1 |

**566.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 20 | 26 | 32 | 34 | 26 | 28 | 32 | 30 | 17 | 24 |
| 30 | 28 | 18 | 22 | 24 | 26 | 34 | 28 | 22 | 20 |
| 34 | 24 | 28 | 20 | 32 | 17 | 22 | 24 | 26 | 30 |
| 30 | 22 | 26 | 35 | 28 | 24 | 30 | 32 | 28 | 18 |
| 20 | 30 | 17 | 24 | 32 | 28 | 22 | 26 | 24 | 30 |
| 34 | 26 | 24 | 28 | 22 | 30 | 35 | 32 | 20 | 17 |
| 28 | 22 | 36 | 30 | 20 | 26 | 28 | 23 | 24 | 32 |
| 20 | 26 | 30 | 24 | 32 | 17 | 22 | 28 | 35 | 26 |
| 28 | 35 | 32 | 22 | 26 | 24 | 26 | 24 | 30 | 24 |
| 18 | 24 | 26 | 28 | 35 | 30 | 26 | 22 | 26 | 28 |

**567.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 57 | 46 | 33 | 49 | 29 | 50 | 38 | 41 | 27 | 34 |
| 37 | 49 | 51 | 26 | 55 | 42 | 59 | 43 | 46 | 30 |
| 31 | 43 | 58 | 41 | 35 | 47 | 23 | 45 | 49 | 37 |
| 47 | 34 | 54 | 39 | 60 | 49 | 25 | 50 | 31 | 53 |
| 38 | 41 | 30 | 51 | 37 | 55 | 47 | 43 | 35 | 42 |
| 35 | 46 | 27 | 45 | 41 | 34 | 50 | 29 | 51 | 39 |
| 42 | 59 | 43 | 31 | 38 | 58 | 54 | 37 | 26 | 43 |
| 29 | 42 | 33 | 41 | 24 | 39 | 53 | 45 | 33 | 51 |
| 45 | 25 | 54 | 50 | 37 | 30 | 41 | 60 | 42 | 46 |
| 38 | 53 | 34 | 47 | 35 | 49 | 57 | 39 | 55 | 31 |

**568.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 37 | 49 | 43 | 31 | 44 | 33 | 40 | 31 | 28 | 43 |
| 32 | 44 | 47 | 29 | 51 | 28 | 43 | 38 | 41 | 32 |
| 38 | 24 | 49 | 40 | 32 | 34 | 31 | 28 | 37 | 46 |
| 41 | 35 | 43 | 25 | 37 | 46 | 38 | 24 | 41 | 50 |
| 38 | 29 | 41 | 32 | 34 | 49 | 44 | 37 | 31 | 47 |
| 50 | 34 | 25 | 37 | 40 | 32 | 35 | 28 | 44 | 43 |
| 46 | 37 | 41 | 35 | 29 | 43 | 38 | 31 | 26 | 34 |
| 49 | 32 | 46 | 26 | 38 | 35 | 40 | 51 | 37 | 46 |
| 37 | 25 | 40 | 34 | 24 | 44 | 32 | 28 | 34 | 38 |
| 44 | 34 | 29 | 47 | 37 | 49 | 43 | 35 | 47 | 50 |

**569.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 70 | 95 | 75 | 95 | 60 | 77 | 55 | 63 | 80 | 67 |
| 90 | 78 | 57 | 76 | 84 | 82 | 75 | 68 | 73 | 62 |
| 62 | 81 | 77 | 72 | 97 | 68 | 85 | 56 | 92 | 71 |
| 73 | 79 | 98 | 63 | 83 | 85 | 70 | 90 | 66 | 91 |
| 86 | 68 | 55 | 93 | 71 | 96 | 77 | 81 | 86 | 72 |
| 82 | 62 | 70 | 78 | 67 | 87 | 91 | 99 | 78 | 97 |
| 91 | 58 | 81 | 97 | 75 | 83 | 71 | 66 | 61 | 76 |
| 73 | 85 | 65 | 90 | 86 | 61 | 54 | 75 | 78 | 93 |
| 87 | 58 | 72 | 92 | 66 | 98 | 65 | 81 | 76 | 63 |
| 95 | 83 | 65 | 57 | 80 | 87 | 61 | 92 | 56 | 71 |

**570.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 57,3 | 75,1 | 78,1 | 69,3 | 60,1 | 77,3 | 66,1 | 69,5 | 72,1 | 68,7 |
| 81,1 | 69,4 | 63,1 | 67,4 | 77,1 | 82,6 | 64,8 | 72,5 | 62,5 | 80,7 |
| 77,6 | 65,8 | 78,3 | 57,7 | 80,7 | 64,4 | 72,8 | 67,3 | 83,1 | 70,6 |
| 75,3 | 58,0 | 60,7 | 81,3 | 67,1 | 69,8 | 82,4 | 62,3 | 66,9 | 80,6 |
| 62,7 | 73,8 | 68,9 | 83,8 | 57,0 | 72,6 | 65,6 | 78,7 | 59,5 | 70,0 |
| 73,5 | 58,1 | 64,0 | 83,9 | 84,0 | 63,5 | 74,1 | 77,7 | 68,5 | 80,5 |
| 66,3 | 73,0 | 79,1 | 71,1 | 80,4 | 62,1 | 66,7 | 83,7 | 76,8 | 59,3 |
| 71,3 | 63,7 | 71,2 | 78,9 | 65,2 | 77,9 | 74,9 | 69,1 | 70,8 | 74,8 |
| 71,6 | 72,9 | 61,9 | 71,5 | 75,4 | 71,1 | 59,9 | 74,3 | 76,1 | 70,9 |
| 61,3 | 71,4 | 71,8 | 65,0 | 67,8 | 75,5 | 71,9 | 64,9 | 74,7 | 62,9 |

**Указания к выполнению контрольных заданий**

**Тема 1.** Теория функций комплексного переменного.

*Литература.* [2], Гл. XIII, § 1, 2,3,4,5,16,20, 21,22,23.

**Тема 1.**. Численные методы.

*Литература.* [2], Гл. XIII, § 1, 2,3,4,5,16,20, 21,22,23.

**Тема 3.** Элементы комбинаторики. Теория вероятностей. Основные понятия и методы математической статистики.

*Литература.* [2], Гл. XX, § 1, 2,3,4,5,6,9, 10,12,13, 14, 15, 17, 20, 27, 28.

***Примеры решения некоторых типовых задач***

*Пример 1*. Все натуральные числа от 1 до 30 записаны на одинаковых карточках и помещены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на этой карточке окажется кратным 5?

*Решение*. Обозначим буквой *А* событие «число на взятой карточке кратно 5». В данном испытании имеется 30 равновозможных элементарных исходов, из которых событию *А* благоприятствуют 6 исходов (числа 5, 10, 15, 20, 25, 30). Следовательно,



*Пример 2*. Подбрасываются два игральных кубика, подсчитывается сумма очков на верхних гранях. Найти вероятность события *В*, состоящего в том, что на верхних гранях кубиков в сумме будет 9 очков.

*Решение*. В этом испытании всего 6 2 = 36 равновозможных элементарных исходов ( см. пример 1 предыдущего параграфа). Событию *В* благоприятствуют 4 исхода: (3;6), (4;5), (5;4), (6;3), поэтому



*Пример 3*. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 10. Какова вероятность того, что это число является простым?

*Решение*. Обозначим через *А* событие «выбранное число является простым». В данном случае ,  (простые числа 2, 3, 5, 7).

Следовательно, искомая вероятность



*Пример 4*. Подбрасываются две одинаковые монеты. Чему равна вероятность того, что на верхних сторонах обеих монет оказались цифры?

*Решение*. Обозначим буквой *С* событие «на верхней стороне каждой монеты оказалась цифра». В этом испытании 4 равновозможных элементарных исходов: (*Г*, *Г*), (*Г*, *Ц*), (*Ц*, *Г*), (*Ц*, *Ц*). (Запись (*Г*, *Ц*) означает, что на первой монете герб, на второй – цифра). Событию *С* благоприятствует один элементарный исход (*Ц*, *Ц*). Поскольку , , то



*Пример 5*. Какова вероятность того, что в наудачу выбранном двузначном числе цифры одинаковы?

*Решение*. Рассмотрим событие *А* – «выбрано число с одинаковыми цифрами» Двузначными числами являются числа от 10 до 99; всего таких чисел 90. Одинаковые цифры имеют 9 чисел (это числа 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99).

Таким образом, число всех равновозможных исходов , а число благоприятных исходов , поэтому

.

*Пример 6*. Из букв слова *производная* наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что эта буква будет: а) гласной, б) согласной, в) буквой *ю*?

*Решение*.В слове *производная* 11 букв, из них 5 гласных и 6 согласных. Буквы *ю* в этом слове нет. Обозначим события: *А* – выбрана гласная буква; *В* – выбрана согласная буква; *С* – буква *ю*. Число благоприятствующих элементарных исходов:  - для события *А*;  - для события *В*;  - для события *С*. Поскольку , то

, , .

*Пример 7*. Подбрасываются два игральных кубика, отмечается число очков на верхней грани каждого кубика. Найти вероятность того, что на обоих кубиках выпало одинаковое число очков.

*Решение*.Обозначим это событие буквой *А*, ему благоприятствует 6 элементарных исходов: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6). Всего равновозможных элементарных исходов, образующих полную группу событий, в данном случае  (см. пример 3). Значит, искомая вероятность



*Пример 8*. Подбрасываются два игральных кубика, подсчитывается сумма очков на верхних гранях. Что вероятнее – получить в сумме 7 или 8?

*Решение*.Обозначим события: *А* – «выпало 7 очков», *В* - «выпало 8 очков». Событию *А* благоприятствуют 6 элементарных исходов: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), а событию *В* – 5 исходов: (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2).

Всего равновозможных элементарных исходов, образующих полную группу событий, в данном случае будет  (см. пример 3), значит,   Итак, >. Следовательно, получить в сумме 7 очков – более вероятное событие, чем получить в сумме 8 очков.

*Пример 9*. Сколькими различными способами можно выбрать три лица из десяти кандидатов на три различные должности?

*Решение*.Поскольку одно лицоне может занимать более одной

должности, то речь идет о размещениях.Воспользуемся формулой(1.3.3). При ,  получаем

.

*Пример 10*.Сколькими различными способами могут разместиться на скамейке пять человек?

*Решение*.Здесь комбинации отличаются друг то друга только порядком следования элементов, поэтому имеем перестановки. По формуле (1.3.1) при  = 5 находим

.

*Пример 12*. Сколькими различными способами можно выбрать три лица на три одинаковые должности из десяти кандидатов?

*Решение*.В данном случае неважен порядок выбора (лишь бы быть выбранным), так как должности одинаковые, поэтому речь идет о сочетаниях. В соответствии с формулой(1.3.4), при ,  получаем

.

*Пример 13*. Сколько различных перестановок букв можно сделать в словах «замок», «ротор», «топор», «колокол»?

*Решение*.В слове «замок» все буквы различны, всего их пять. В соответствии с формулой(1.3.7) получаем



В слове «ротор», состоящем из пяти букв, буквы *р* и *о* повторяются дважды. Для подсчета различных перестановок применяем формулу (1.3.7). При  =5, , , по этой формуле получаем



В слове «топор» буква *о* повторяется дважды, поэтому



В слове «колокол», состоящем из семи букв, буква *к* встречается дважды, буква *о* – трижды, буква *л* - дважды. В соответствии с формулой (1.3.7)

при  =3, , ,   получаем



Приведем примеры непосредственного подсчета вероятностей.

*Пример 14*. На пяти одинаковых карточках написаны буквы С, О, М, К, Т. Карточки перемешиваются и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово ТОМСК?

*Решение*.Из пяти различных элементов можно составить  перестановок:

 Значит, всего равновозможных исходов будет 120, а благоприятствующих данному событию – только один. Следовательно,

*Пример 15*.Из букв слова *ротор*, составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекаются три буквы и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово *тор*?

*Решение*.Чтобы отличить одинаковые буквы друг от друга, обозначим их следующим образом: . Здесь имеем размещения, так как важен не только состав, но и порядок следования букв, поэтому общее число равновозможных исходов найдем по формуле (1.3.3): . Для подсчета числа благоприятных случаев воспользуемся правилом произведения: букву *м* можно выбрать одним способом, букву *о* – двумя, букву *р* – двумя способами. Таким образом, слово *тор* получится в  случаях:  Следовательно, искомая вероятность равна



*Пример 16*.В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди 6 наудачу взятых деталей 4 стандартных.

*Решение*. Пусть событие *А* **– «**среди 6 наудачу взятых деталей 4 стандартных**».** Общее число равновозможных исходов испытания равно числу способов, которыми можно извлечь 6 деталей из 10, т. е. числу сочетаний из 10 элементов по 6 -  так как важен только состав выбранных деталей. Определим число благоприятных исходов. Четыре стандартных детали из семи стандартных можно взять  способами, при этом остальные  детали быть нестандартными; взять 2 нестандартные детали из  нестандартных деталей можно  способами. Следовательно, число благоприятных исходов равно . Искомая вероятность равна отношению числа исходов, благоприятствующих событию, к общему числу всех элементарных исходов:



*Замечание*. Последняя формула является частным случаем формулы (1.3.10): .

*Пример 17*.В урне 15 шаров, из них 9 красных и 6 синих. Найти вероятность того, что вынутые наугад два шара окажутся красными.

*Решение*.Пусть событие *А* **– «**вынутые наугад два шара окажутся

красными**».** Общее число равновозможных случаев равно числу сочетаний из 15 по 2. Число случаев, благоприятствующих появлению события *А* равно числу сочетаний из 9 по 2. Следовательно, искомая вероятность равна



*Пример 18*. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,6, вторым - 0,7, третьим – 0,8. Найти вероятность того, что а) попадет только один стрелок, б) попадут только два стрелка, в) попадут все три стрелка, г) попадет хотя бы один стрелок.

*Решение*. Пусть событие - «первый стрелок попал в цель», событие  - «первый стрелок промахнулся»; аналогично,  - «второй

стрелок попал в цель»,  - «второй стрелок промахнулся»;  - «третий стрелок попал в цель»,  - «третий стрелок промахнулся», тогда

а) событие *А* - «попадет только один стрелок» произойдет в том случае, если первый стрелок попал в цель, но при этом второй и третий промахнулись, или второй стрелок попал в цель, но при этом первый и третий промахнулись, или третий стрелок попал в цель, но при этом второй и первый промахнулись, т. е. если произойдет одно из трех несовместных событий , , , тогда по формуле (1.7.1), при  найдем вероятность событие *А*.



Учитывая, что , ;

, ; , 

и то, что указанные события независимые по формуле (1.7.10) получим

 ;

б) событие *В* – «попадут только два стрелка» произойдет в том случае, если произойдет одно из трех несовместных событий , , и вероятность события *В* равна

в) событие *С* – «попадут все три стрелка» является произведением независимых событий , поэтому вероятность события *С* равна

;

г) событие *D* – «попадет хотя бы один стрелок» и событие - «не попадет ни один» являются противоположными и согласно формуле (1.7.3) ,отсюда .

Очевидно, что  и вероятность события *D* равна

.

Заметим, что события «попадет хотя бы один стрелок» и «попадет только один стрелок» являются различными.

**Форма промежуточного контроля**

**экзамен**

Перечень примерных вопросов для подготовки к экзамену.

1.Комплексные числа и действия над ними.

2.Определение функции комплексной переменной.

3.Дифференцироваеие функции комплексной переменной.

4.Понятие аналитической функции. Условие Коши – Римана.

5.Интегрирование функции комплексной переменной.

6.Основные определения теории вероятностей.

7.Элементы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).

8.Частота события и ее свойства.

9.Статистическое определение вероятности события.

10. Классическое определение вероятности события.

11.Геометрическая вероятность.

12.Теоремы сложения и умножения вероятностей.

13. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

14. Схема повторных испытаний в одинаковых условиях. Формула Бернулли.

14.Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

15.Случайная величина. Непрерывные и дискретные случайные величины.

16.Закон распределения случайной величины. Многоугольник распределения.

17. Интегральный закон распределения случайной величины (функция распределения).

18.Дифференциальный закон распределения случайной величины (плотность вероятностей).

19. Биномиальный закон распределения дискретной случайной величины.

20. Законы распределения непрерывной случайной величины (Равномерное и показательное распределения).

21.Нормальный закон распределения. Кривая Гаусса. Правило трех сигм.

22.Основные задачи математической статистики.

23.Статистическая функция распределения.

24.Стптистическая совокупность. Гистограмма.

25.Точечные и интервальные оценки статистического распределения.

25.Статистическая проверка гипотез. Понятие о критериях согласия.

**Оформление письменной работы согласно** [**МИ 01-03-2023 Общие требования к построению и оформлению учебной текстовой документации**](http://www.zabgu.ru/files/html_document/pdf_files/fixed/Normativny'e_dokumenty'/MI__01-02-2018_Obshhie_trebovaniya_k_postroeniyu_i_oformleniyu_uchebnoj_tekstovoj_dokumentacii.pdf)

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**Основная литература**

1. Шипачев В.С. Высшая математика: Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 6-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. I: – М.: Интеграл – Пресс, 2004. – 416 с.
3. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учеб. пособие для вузов / В.С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
4. Баврин И.И. Высшая математика: Учеб. для студ. естественнонаучных специальностей педагогических вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия»; Высш. шк., 2001. – 616 с.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. I: Учеб. пособие для втузов. – 5-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 1999. – 304 с.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
7. Лунгу К.Н., Письменный Д.Т. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. – М.: Айрис-пресс, 2004.
8. Лескова Т.М. Высшая математика часть IV (учебное пособие для заочников).

Ведущий преподаватель Матузова Л.А

Заведующий кафедрой Щвецова И.И.